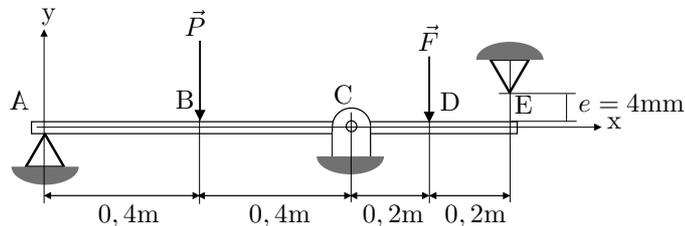


FLEXION Systèmes hyperstatiques - Éléments de correction

Exercice 1 : Correction - exercice 2

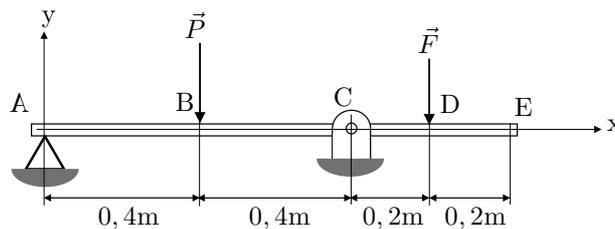


Étude du système :

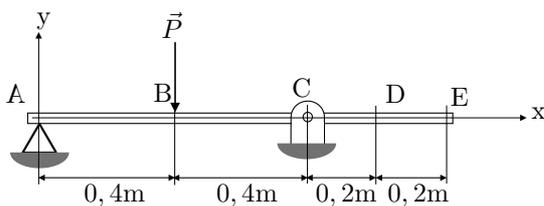
Tant que le point E de la poutre n'est pas au contact de l'appui simple *i.e* le déplacement vertical du point E est inférieur à 4mm, le système demeure isostatique. Nous allons dans la suite déterminer la valeur de \vec{F} à ne pas dépasser F_{lim} pour que le déplacement du point reste inférieur à 4mm. Dès que la norme de \vec{F} dépasse F_{lim} , le point E entre en contact avec l'appui simple, le système devient hyperstatique.

Détermination de la valeur de F_{lim} :

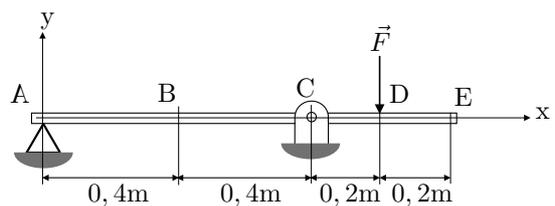
Nous considérons ici le système :



Il faut, pour déterminer la valeur F_{lim} , déterminer le déplacement du point E en fonction de l'effort \vec{F} appliqué. Pour cela, nous utilisons le principe de superposition et nous considérons ainsi les deux systèmes :



Système 1



Système 2

- Déplacement du point E pour le système 1

L'étude du système 1 permet d'obtenir le déplacement du point E lié à l'application de la charge P sous la forme :

$$y_1(E) = \frac{P AC^2 CE}{16 EI}$$

- Déplacement du point E pour le système 2

L'étude du système 2 permet d'obtenir le déplacement du point E lié à l'application de la charge F sous la forme :

$$y_2(E) = -\frac{0,672 F}{24 EI} \text{ (en m si F et P en N, E en Pa et I en m}^4\text{)}$$

- Valeur de F_{lim}

On doit trouver la valeur de F à partir de laquelle on a $y(E) \geq 4 \text{ mm}$.

Ceci se traduit (avec ce qui précède) par :

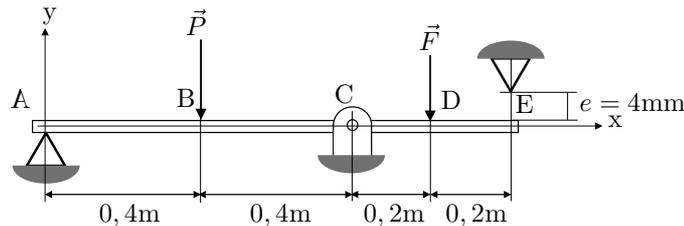
$$4.10^{-3} \text{ (en m)} \leq y(E) = \frac{P AC^2 CE}{16 EI} - \frac{0,672 F}{24 EI}$$

soit pour $F \geq F_{lim} = 4571,4 \text{ N}$.

Si $F < F_{lim}$ alors le déplacement $y(E) > 4 \text{ mm}$

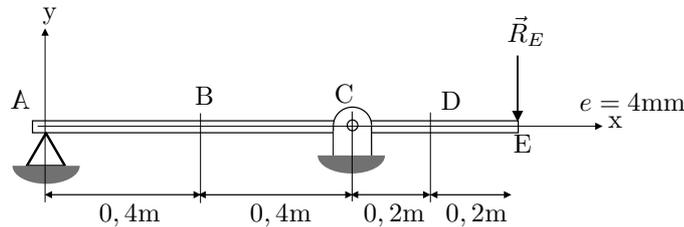
Etude du système hyperstatique :

On a désormais à étudier le système hyperstatique :



où le point E est au contact de l'appui simple : le déplacement du point E vaut donc quelle que soit la valeur de \vec{F} 4 mm. En revanche, le contact au niveau de l'appui simple rend le système hyperstatique et introduit une réaction d'appui que nous noterons \vec{R}_E .

En utilisant le principe de superposition, nous pouvons nous ramener à l'étude des deux précédents systèmes 1 et 2 et du système 3 :



Système 3

- Déplacement du point E pour le système 3

L'étude du système 3 permet d'obtenir le déplacement du point E lié à l'application de la charge inconnue \vec{R}_E sous la forme :

$$y_3(E) = -\frac{1,536 R_E}{24 EI}$$

- Détermination de la valeur de R_E

Le point E étant au contact de l'appui simple, le déplacement du point E vaut 4 mm. Ainsi, on a :

$$4.10^{-3} \text{ (en m)} = \frac{P AC^2 CE}{16 EI} - \frac{0,672 F}{24 EI} - \frac{1,536 R_E}{24 EI}$$

On peut ainsi déduire la valeur de R_E en fonction de la valeur de F.

Conclusion

- si $F \geq F_{lim}$, $R_E = 0 \text{ N}$ et $y(E) = \frac{P AC^2 CE}{16 EI} - \frac{0,672 F}{24 EI}$
- si $F < F_{lim}$, $R_E = 2000 - 0,4375 F \text{ N}$ (F en N) et $y(E) = 4 \text{ mm}$.