

Durée : 2 heures

Documents autorisés : POLY DE COURS ET TD PERSONNELS

Nombre de pages du sujet : 3



Chaque exercice est à rendre sur une feuille séparée.

Problème 1 : Étude d'un arbre de transmission (barème approximatif : 8 pts, ⌚ ≈ 50 mn)

Nous étudions ici un système constitué d'un moteur électrique et d'un arbre de transmission connecté à une roue dentée [1] au point A (voir figure 1). Le moteur électrique [2] fournit une puissance $\mathcal{P}$ de 4 kW à la vitesse de rotation de 1500 tours par minute. Le moteur génère un moment réparti uniformément le long de DE comme représenté sur la figure 1, ce moment réparti est noté dans la suite $\vec{m}$ (en Nm/m).

Le palier placé au point B absorbe ponctuellement 10% de la puissance totale fournie par le moteur (ce qui signifie que la puissance associée au moment $\vec{M}_B$ vaut -10% de $\mathcal{P}$) alors que le palier placé en F absorbe seulement 5% de la puissance fournie par le moteur. Le reste de la puissance fournie par le moteur est transmis à la roue dentée au point A.

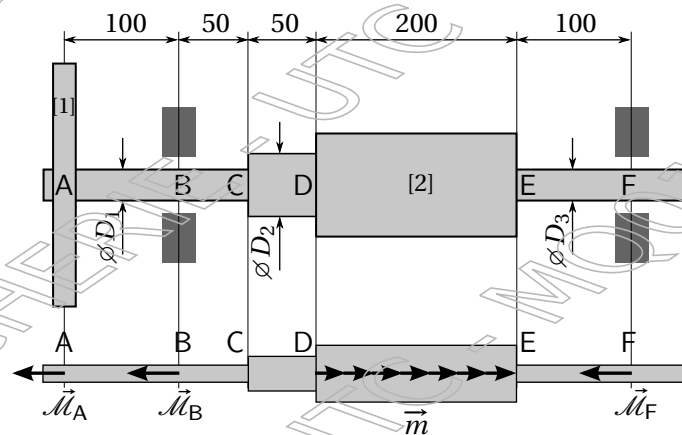


FIG. 1. Représentation schématique du système étudié et moments appliqués sur l'arbre

Hypothèses

- Les dimensions sont données en mm sur la figure 1 ;
- on ne considérera que les actions associées à la torsion de l'arbre ABCDEF ;
- les parties AC, CD et EF sont assimilées à des arbres pleins circulaires de diamètre respectif D_1 , D_2 et D_3 ;
- l'arbre est constitué sur toute sa longueur d'un acier dont les caractéristiques sont les suivantes : $E = 200 \text{ GPa}$, $\nu = 0,3$, $\sigma_a = 100 \text{ MPa}$ et $\tau_a = 50 \text{ MPa}$.

Rappel

La puissance (unités S.I. : W) d'un couple se calcule comme le produit du couple par la vitesse angulaire de rotation.

1. Chaque exercice est à rendre sur une copie séparée. Avez-vous changé de copie ?

2. En notant $\vec{M}$ le moment résultant tel que $\vec{M} = \int_D^E \vec{m} dx$, calculer la valeur de l'intensité du moment résultant $\vec{M}$ et en déduire la valeur de l'intensité du moment réparti $\vec{m}$.

3. Déterminer les équations et tracer le graphe du moment de torsion le long de ABCDEF.

On assimile dans la suite le rotor du moteur (partie DE du système) à un arbre de section circulaire pleine de diamètre 100 mm.

4. Dans cette question, on suppose que le diamètre de l'arbre est le même sur la partie ABCD et sur la partie EF, i.e. $D_1 = D_2 = D_3$ (voir figure 1). Quel diamètre faut-il choisir pour les parties ABCD et EF afin d'assurer la résistance en toute sécurité de l'arbre ?

5. On suppose désormais que les diamètres des différentes parties de l'arbre (voir figure 1) sont tels que $D_1 = 20$ mm, $D_2 = 25$ mm et $D_3 = 20$ mm. Déterminer de combien a tourné la section située au point F par rapport à celle située au point A.

L'assemblage de la roue dentée [1] sur l'arbre [3] au point A se fait par l'intermédiaire d'une clavette parallèle à bouts droits [4] (voir figures 2 et 3).

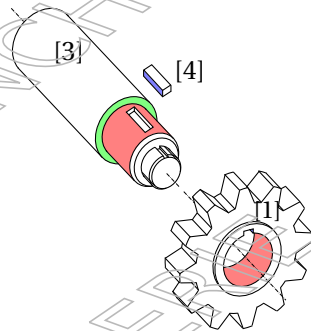


FIG. 2. Schéma de l'assemblage roue dentée/arbre

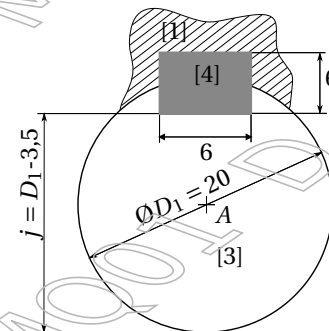


FIG. 3. Coupe de l'assemblage

Hypothèses

- Les dimensions sont données en mm sur la figure 3 ;
- la clavette est en acier avec $\tau_e = 108$ MPa. On adoptera un coefficient de sécurité de 3 ;
- la pression maximale admissible au matage sur le flanc de contact roue/clavette ou arbre/clavette est de $p_a = 30$ MPa.

6. Déterminer la longueur à donner à la clavette pour assurer la résistance en toute sécurité de la liaison roue dentée / arbre. (On admettra que la résultante des actions de contact sur le flanc de la clavette est perpendiculaire à la surface de contact et que son support est situé à une distance de $D_1/2$ de l'axe A de l'arbre).

Problème 2 : Étude du nouveau pont sur l'Oise (barème approximatif : 12 pts, ⌚ ≈ 1h10)

On considère ici une modélisation simplifiée du nouveau pont traversant l'Oise entre Margny-lès-Compiègne et Compiègne.

Dans un premier temps, le pont est supposé constitué d'une seule travée de 110 m de long. Une schématisation du pont est donnée à la figure 4. Le pont est supposé soumis à l'action d'une charge répartie $\vec{q}$ correspondant au poids propre de la travée et des équipements ainsi que les charges $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ correspondant au passage d'un poids lourd sur le pont.

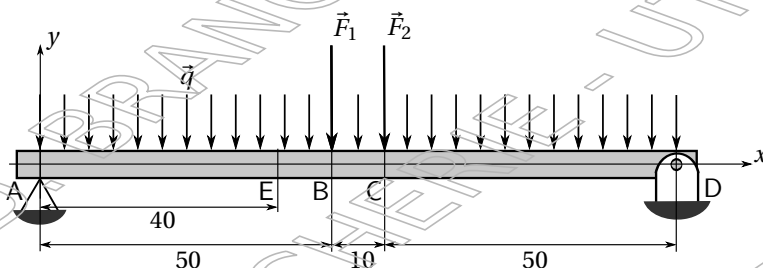


FIG. 4. Représentation schématique du pont à une seule travée

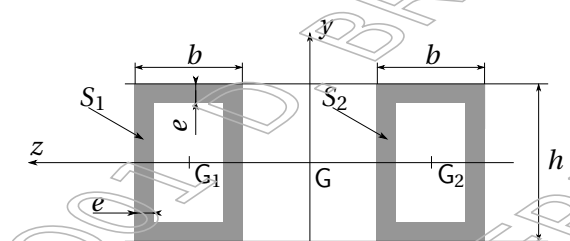


FIG. 5. Représentation de la section du pont

Hypothèses

- Les dimensions sont données en m sur la figure 4 ;
- les liaisons aux points A et D sont supposées parfaites ;
- la charge répartie $\vec{q}$ a pour intensité 10 kN/m, les charges $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ sont telles que $\|\vec{F}_1\| = \|\vec{F}_2\| = 100$ kN ;
- la travée du pont est constituée d'un acier dont les propriétés sont les suivantes : $E = 200\,000$ MPa, $\nu = 0,3$, $\sigma_e = 250$ MPa. On adoptera un coefficient de sécurité de 2,5.

1. Chaque exercice est à rendre sur une feuille séparée. Avez-vous changé de copie ?

2. Déterminer les équations et tracer les graphes des efforts de cohésion le long de ABCD.

Si on néglige le tablier (partie correspondant aux voies de circulation), la section de la travée est constituée de deux sections rectangulaires creuses d'épaisseur e telles que représentées à la figure 5. Chaque section a pour hauteur $h = 1,2$ m et largeur $b = 0,8$ m.

3. En négligeant les termes d'ordre 2 et supérieur en e , montrer que le moment quadratique de chacune des deux sections S_1 et S_2 (voir figure 5) par rapport, respectivement, aux axes G_1z et G_2z s'écrit : $I_{G_1z} = I_{G_2z} \approx \frac{eh^2}{6}(3b + h)$.

4. Dédurre de la question précédente, en justifiant précisément votre réponse, que le moment quadratique de la section complète de la travée du pont par rapport à l'axe Gz (voir figure 5) s'écrit : $I_{Gz} = \frac{eh^2}{3}(3b + h)$.

5. Déterminer l'épaisseur e à donner aux sections S_1 et S_2 pour assurer la résistance en toute sécurité de la travée du pont.

On suppose dans la suite que $e = 10$ cm.

6. Déterminer le déplacement vertical du point E (voir figure 4).

On considère désormais une modélisation plus proche du pont tel qu'il a été réalisé en considérant la pile placée au point E. On considère que la pile est parfaitement rigide. On l'assimilera donc à un appui simple placé au point E. Une schématisation du système à étudier est donnée à la figure 6.

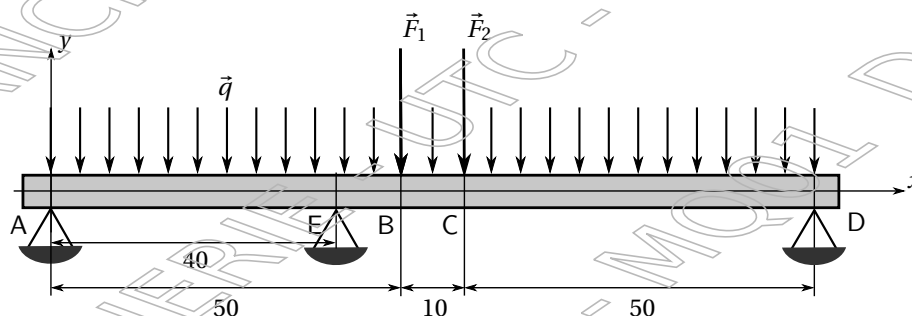


FIG. 6. Représentation schématique du pont avec sa pile centrale

7. Déterminer les actions de liaison aux points A, D et E.

8. Déterminer le déplacement du point M milieu de AD.