# SDF DEFINITIONS

- Sûreté de fonctionnement (SDF) =
  - Fiabilité
  - Maintenabilité
  - Disponibilité
  - Sécurité
- FMDS

# SDF DEFINITIONS

- Fiabilité: Aptitude d'un système à accomplir une fonction requise dans des conditions d'utilisation données et pendant un temps donné.
- Maintenabilité: Aptitude d'un système à être remis dans un état de fonctionnement donné, dans des limites de temps spécifiées, lorsque le travail est effectué selon des procédures prescrites et des conditions données.

# SDF DEFINITIONS

- Disponibilité: Aptitude d'un système à accomplir une fonction requise dans des conditions d'utilisation données, à un instant un temps donné (instantanée).
- Sécurité: Propriété d'un système de présenter, pour son environnement et pour lui même, un risque, déterminé en fonction des dangers potentiels inhérents à sa réalisation et à sa mise en œuvre, qui ne soit pas supérieur à un risque convenu.

# FIABILITE

- Fiabilité = Probabilité….
  - Valeur comprise entre 0 et 1
  - Trois types
    - Prévisionnelle (architecture du système et fiabilité des composants)
    - Expérimentale (essais en laboratoire)
    - Opérationnelle (utilisation, retour d'expérience)

# FIABILITE

- Quels sont les liens entre ces différentes fiabilité?
- Comment sont -elles déterminées?
- Comment intervient la fiabilité d 'un produit existant dans la création d 'un nouveau produit?
- Comment circulent les informations dans le déroulement d 'un projet?

# FIABILITE

- Approche prévisionnelle basée sur:
- Méthodes qualitatives et quantitatives
- Données quantitatives
  - Essais en laboratoires (Fiab expérimentale)
  - Exploitation (fiab opérationnelle)

# FIABILITE

- Essais en laboratoire $\Rightarrow$ Difficultés
  - Profil de mission représentatif et réalisable techniquement
  - Coefficients de sévérisation
- Valider les résultats expérimentaux et les relier à la fiabilité prévisionnelle

# FIABILITE

- Au niveau opérationnel:(suivi réel du produit en utilisation)
  - Organisation:
    - Collecter
    - Traiter
    - Analyser
  - Données fiables:
    - Environnement
    - Conditions d 'utilisation
    - Politique de maintenance

# FIABILITE

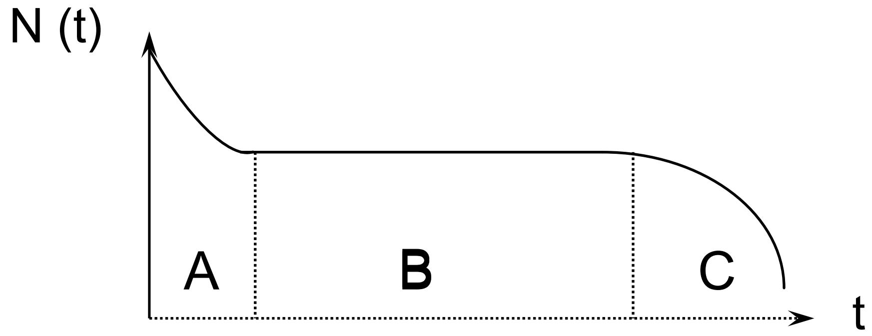
- Exploitation des résultats:
  - Améliorer la fiabilité en rectifiant les anomalies constatées
  - Tirer le meilleur profit d ’un produit
  - Mieux concevoir les futurs produits en diminuant les erreurs de conception
  - Evaluer la fiabilité d ’un produit dans son environnement par rapports aux objectifs
  - Valider le choix d ’une solution

# FIABILITE

- La notion de fiabilité est étroitement liée à celle de défaillance (nature, condition de survenue, proba d'apparition, conséquences…)
- Notion de Défaillance
  - Définie par rapport à la mission fixée (type, environnement,…)
  - Deux types
    - Catalectique
    - Prévisible (examen antérieur)
  - Elles sont soit intrinsèques (ex:non conformité) soit liées aux conditions d'utilisation

# PRELIMINAIRES

- Soit une population contenant $N_0$ pièces en état de fonctionner à l'instant t = 0
  - A l'instant t, il y'en a N(t) en état de fonctionnement et N0 – N(t) hors service
  - La courbe schématisant le comportement de ces pièces correspond à l'allure suivante:



# PRELIMINAIRES

- La courbe représentative de N(t) présente trois comportements différents correspondant à trois phases différentes
  - A: période de jeunesse
  - B: période de vie utile
  - C: Période d 'usure

# PRELIMINAIRES

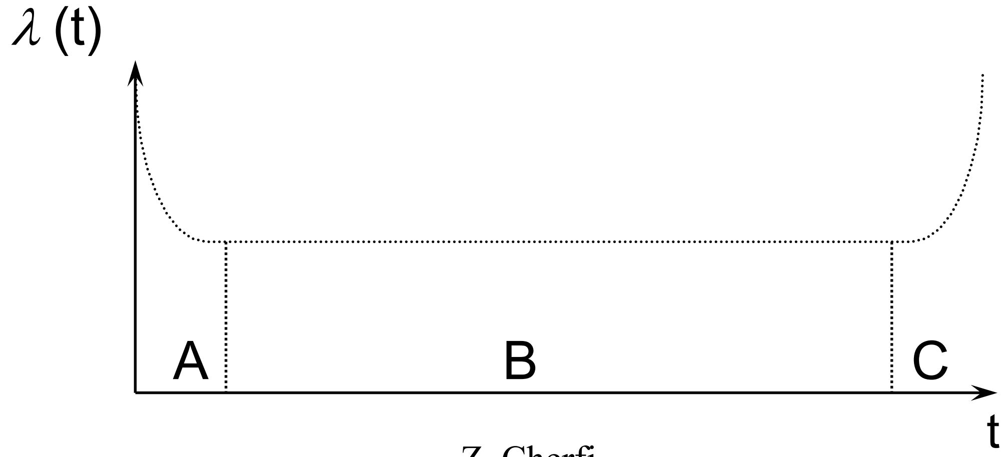
- On peut obtenir un estimateur de la fiabilité
- $\hat{R}(t) = N(t)/N_0$ (Proba de bon fonctionnement pendant un temps t)
- $\hat{F}(t) = 1 - R(t) = 1 - N(t)/N_0$
- $\hat{f}(t) = (- 1/N_0) .dN(t)/dt$ densité de défaillance

# DEFINITIONS

- Taux de défaillance: (taux de hasard), proportion de pièces défectueuses que l 'on obtient pendant un intervalle de temps très court: $\lambda(t) = -dN(t)/ N(t)dt$
- Taux instantané: C'est la densité de proba conditionnelle pour qu'une défaillance d 'une entité se produise dans l 'intervalle de temps $[t, t+\Delta t]$; $\Delta t \to 0$ sachant que l 'entité fonctionne à t.

# DEFINITIONS

- Si l'on s'intéresse non pas au nombre de pièces en fonctionnement à l'instant t, mais au taux de défaillance, on obtient l'allure suivante (connu sous le nom de courbe en baignoire). On y retrouve les trois périodes A,B et C



# Relation

- Nous avons
  - $\lambda(t) = -dN(t)/N(t)\ dt$
  - $R(t) = N(t) / N_o$
  - $f(t) = -1/N_o \dfrac{dN(t)}{dt}$
- On en déduit une relation très importante:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

# Exemple

- 1000 moteurs électriques sont mis en fct à t0=0. Au bout de 2000h, il n'y en a plus que 400 en fct. 50 d'entre eux tombent en panne dans les 100h qui suivent, et 50 encore après 1OOh.
- Taux de déf à 2000h?
- Taux de déf à 2100h?

- à t=2000h
- $\lambda(t) = -dN(t)/N(t)dt$
- $\lambda(t) = (400-350)/400.100$

- À t= 2100h

# Relation

- Démo $R(t) = \exp -\int \lambda(t)dt$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{1 - F(t)}$$

$$\int_o^x \lambda(t)\, dt = \int_o^x \frac{f(t)}{1 - F(t)}\, dt$$

$$-\int_o^x \lambda(t)\, dt = \int_o^x \frac{-f(t)}{1 - F(t)}\, dt \Rightarrow \mathrm{Log}\left[1 - F(t)\right]_o^x = \mathrm{Log}\, R(x)$$

$$\Leftrightarrow R(x) = \exp - \int_o^x \lambda^{(t)}\, dt$$

# Cas particulier

- $\lambda(t) = \lambda$= constante
- Dans ce cas là
  - $R(t) = \exp{-\lambda t}$
  - $F(t) = 1- [\exp{-\lambda t}]$
- On reconnaît la fonction de répartition de la loi exponentielle
- La zone B correspond à la période de vie utile, à un $\lambda$ constant et à une modélisation par la loi exponentielle.

# MTBF, MTTF

- MTTF (Mean Time To Failure): c ’est la moyenne de la distribution des durées de vie (c ’est la durée de vie moyenne de tout équipement de la population considérée)
- Cette notion concerne les dispositifs non réparables.
- Dans le cas de dispositifs réparables, on parle de MTBF (Mean Time Between Failures)

# Rappels de proba-stat

- Evénement aléatoire: C'est un événement qui se produit avec une probabilité P(E)

(Une défaillance est un événement aléatoire)

Soient deux événements A et B dont les probabilités d'occurrence sont P(A) et P(B).

$P(A \cap B)$: probabilité que A <u>et</u> B se réalisent

$P(A \cup B)$: probabilité que A <u>ou</u> B se réalise

# Rappels de proba-stat

- Formules classiques:
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- $P(A \cap B) = P(A|B).P(B)$
  - Où $P(A|B)$ signifie P(A sachant B)
- Si A et B indépendants:
  - $P(A \cap B) = P(A).P(B)$
  - $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A).P(B)$
- Si A et B mutuellement exclusifs
  - $P(A \cap B) = 0$
  - $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

# Rappels de proba-stat

- Formule de Bayes (proba des causes)
  - Soient E1, E2….En n événements incompatibles pour lesquels on connaît P(E1), P(E2)… P(En)
  - Si par ailleurs, on a un événement A pour lequel on connaît P(A|E1), P(A|E2) … P(A|En)
  - La formule de Bayes permet de calculer P(Ei|A); c-à-d, évaluer la probabilité des différentes causes de A, sachant A réalisé

# Rappels de proba-stat

- Exemple

# Rappels de proba-stat

- Evénement aléatoire: occurrence d'une défaillance
- Variable aléatoire:
  - Continue: temps jusqu'à défaillance
  - Discrète: nombre de défaillances pendant un temps T

# Principales lois

- Lois discrètes:
  - loi Binomiale
    - Probabilité qu'un événement se produise k fois dans une série de n épreuves lorsque l 'expérience ne peut aboutir qu'à deux résultats mutuellement exclusifs et que la proba de succès reste constante au cours de chaque épreuve
    - P(x=k) = $C_n^k P^k (1-P)^{n-k}$

$$E(x) = np$$

$$Var(x) = np(1-p)$$

# Principales lois

- Exemple
  - La probabilité de réussite d 'une mission d 'un système est égale à 0,95
  - Quelle est la probabilité que 8 systèmes sur 10, identiques au précédent, accomplissent leur mission

# Principales lois

- Lois discrètes
  - Loi de Poisson
    - Utile pour établir la probabilité pour que se produise par unité de temps, un nombre déterminé d'événements réussis, quand ces événements sont indépendants et si le nombre moyen de succès par unité de temps reste constant
    - $$P(x = k) = \frac{\mu^k \cdot \exp(-\mu)}{k!}; \quad E(x) = \mu; \quad Var(x) = \mu$$

# Principales lois

- Exemple
  - Un dispositif a un taux de défaillance $\lambda$= 0,0005 pannes/heure.
  - Sur une durée de fonctionnement cumulée de t=1000h, quelle est la probabilité d 'observer deux défaillances.

# Principales lois

- Lois continue
  - Loi exponentielle
    - C'est la loi principale en fiabilité. Elle correspond à la période où le taux de défaillances est constant.
    - Elle modélise plusieurs phénomènes connus
      - Files d'attentes
      - Durée de vie de dispositifs électroniques
      - désintégration radioactive
    - C'est la seule loi sans mémoire

# Loi continue

- Loi exponentielle:
  - $F(t) = 1 - \exp(-\lambda t)$
  - $f(t) = \lambda \exp(-\lambda t)$
  - $R(t) = \exp(-\lambda t)$
  - $\lambda(t) = \lambda$ = constante
  - MTTF (ou MTBF) = $\theta = 1/\lambda$

# Principales lois

- Loi de Weibull
  - C ’est la loi la plus utilisée en fiabilité.
  - Caractérisée par trois paramètres:
    - η: paramètre d ’échelle (ou de durée de vie)
    - β: paramètre de forme (ou de distribution)
    - γ: origine des temps
  - F(x) $= 1 - \exp - (\frac{x - \gamma}{\eta})^{\beta}$ R(x) $= \exp - (\frac{x - \gamma}{\eta})^{\beta}$
  - f(x) $= \beta / \eta \ (\frac{x - \gamma}{\eta})^{\beta} \ \ e - (\frac{x - \gamma}{\eta})^{\beta}$
  -
  - MTTF $= \gamma + \eta . \surd (1 + 1/B)$ où $\surd (1 + 1/\beta)$ tabulée

# Loi continue

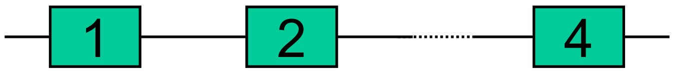
- Loi de Weibull
  - En fonction des valeurs prises par β, on peut retrouver des lois classiques
  - De plus:
    - $\beta = 1 \Rightarrow$ loi exponentielle $\Rightarrow \lambda$ const
    - $\beta < 1 \Rightarrow \lambda(t)$ décroissant $\Rightarrow$ période de jeunesse
    - $\beta > 1 \Rightarrow \lambda(t)$ croissant $\Rightarrow$ période d'usure

# Calculs de fiabilité

- On doit disposer d 'informations sur:
  - Architecture du système
  - Paramètres caractéristiques : Estimation
  - Lois de distribution des durées de vie: test d 'hypothèses

# Architecture de systèmes

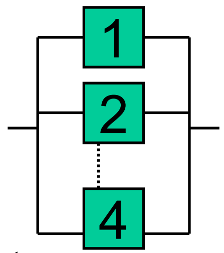
- Configuration série:
- C ’est un système qui fonctionne si tous ses éléments fonctionnent
- BDF




  - $R_S(t) = R_1(t) \times R_2(t) \times \ldots R_n(t)$

# Architecture de systèmes

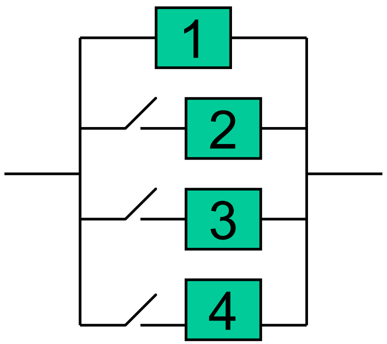
- configuration parallèle
- Le système fonctionne si au moins un élément fonctionne




- BDF
- $R_S(t) = 1-[(1- R_1(t) \times (1- R_2(t) \times ... (1- R_n(t)]$
- Remarque: on parle de redondance active

# Architecture de système

- Système en standby (redondance passive)
  - Système dans lequel l'élément en attente ne démarre que lorsque l'élément principal tombe en panne.
  - La détermination de la fiabilité ne s'obtient pas avec des règles simples comme précédemment
  - Dans le cas de n dispositifs identiques, indépendants avec λ const, on a la formule suivante:



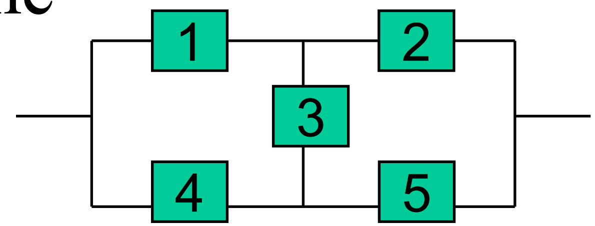

$$R_s(t) = e^{-\lambda t} \sum_{j=0}^{n-1} \frac{(\lambda t)^j}{j!}$$

# Architecture de systèmes

- Système r/n
  - Système composé de n éléments indépendants, identiques en parallèle
  - Ce système fonctionne si au moins r sur n de ses éléments fonctionnent
  - Ce qui donne: $Rs(t) = \sum_{j=r}^{n} \binom{n}{j} R^{j} (1 - R)^{n-j}$

# Architecture de système

- Système mixte:
  - C'est un système comportant plusieurs dispositifs que l 'on peut regrouper en des sous-ensembles série, parallèle…
  - Le calcul de la fiabilité d 'un tel système ne pose aucun problème
- Système complexe:



# Estimations des paramètres

- Caractéristiques de fiabilité (taux de défaillances ,MTTF…) importantes
- Données incomplètes
  - Données censurées de type 1 (ou données tronquées: le temps d 'arrêt de l'essai est fixé au préalable)
  - Données censurées de type 2 (ou données censurées: l'arrêt de l'essai est conditionné par l 'apparition de la $r^{iéme}$ défaillance )

# Estimations des paramètres

- De la même façon, il faut préciser s ’il s’agit d ’essais avec ou sans remplacement
- Estimation ponctuelle (loi exponentielle)
- Formule générale:
  - $\lambda$ = Nbre de défaillances/temps cumulé d’essai
  - $\theta = 1/\lambda$

# Hypothèses de distribution

- A partir d 'observations réalisées sur un échantillon, être capable d 'établir la loi de distribution (des durées de vie) de la population
- deux types:
  - Tests d 'ajustement ou d 'adéquation (type $\chi 2$ ou Kolmogorov-Smirnov)
  - Tests graphiques $\Rightarrow$ utilisation de papiers fonctionnels

# Test d'hypothèses

- Démarche générale
  - X1, X2…Xn, échantillon extrait d'une population
  - H0 et H1 deux hypothèses (concernant la loi de comportement de la population)
  - $\alpha$ risque statistique fixée
  - Calculer la valeur de la statistique du test choisi pour les données d'échantillon
  - Comparer cette valeur à la valeur critique lue sur une table et conclure

# Test d'hypothèse

- Tests couramment utilisés

  - Pour les distributions « classiques », on utilise régulièrement le test du $\chi^2$ ou le test de Kolmogorov – Smirnov

  - Pour le loi expo: test de Bartlett

  - Pour la loi de Weibull, les tests adaptés sont :
    - Test de Hollander –Proschan
    - Test de Mann-Scheur-Fertig
    - Test de Anderson-Darling

  - (Ref : Weibull analysis ; Bruyan Dodson).

# Méthode graphique

- Utilisation de papiers fonctionnels
  - Loi Normale : papier gausso-arithmétique
  - Loi exponentielle : papier semi-Log
  - Loi de Weibull
    - Si les ti correspondent tous à des temps de défaillances : papier Weibull
    - Si mélange données censurées et non censurées : papier de Wayne-Nelson

# Méthode graphique

- Explication de l'utilisation du papier Weibull :
  - Basé sur les changements de variables suivants :
    - Y – Log Log [1/R (t)]
    - X = Log (t)
  - L'axe des abscisses est gradué en Logt
  - L'axe des ordonnées est gradué en F (t)
    - On reporte les points (ti, F (ti))

# Méthode graphique

- Premier cas : Les points obtenus sont alignés
  - Loi de Weibull de paramètre $\gamma = 0$
  - $\eta$ est estimé par la valeur prise par le point d'intersection de la droite construite avec l'axe noté $\eta$
  - $\beta$ est obtenu en lisant la valeur prise au niveau du point d'intersection de l'axe $\beta$ avec la parallèle à la droite construite à partir du point schématisé par un cercle sur le papier

# Méthode graphique

- Exemple:
  - On réalise des essais sur des bagues de synchronisation de boites de vitesse. Un essai sur huit bagues donne les résultats suivants (correspondant au nombre de cycles avant avarie): 6400, 11000, 15000, 17500, 23000, 25000, 35000, 41500.
  - Les durées de vie suivent-elles une loi de Weibull? Quel est le pourcentage de bagues qui ne dépasseront pas 5000 cycles? Qui dépasseront les 50000 cycles? MTTF? ...

# Méthode graphique

- Deuxième cas: Les points obtenus ne sont pas alignés
  - La détermination de $\gamma$ revient à calculer le décalage nécessaire pour transformer ces courbes en droite
  - On montre que
    - $\gamma = (t_2^2 - t_1.t_3) / (2t_2 - t_1 - t_3)$
  - On retranche la valeur de $\gamma$ calculée à tous les $t_i$ et on reporte les nouveaux points .

# Méthode graphique

- Si les nouveaux point obtenus sont alignés:
  - Loi de weibull de paramètres
    - $\gamma$ = valeur calculée
    - $\beta$ et $\eta$ déterminés comme précédemment
  - Exemple: Pour déterminer la fiabilité d 'un équipement on organise une campagne d 'essai sur 9 appareils. On obtient les durées de vie suivantes: 705, 812, 902, 995, 1070, 1171, 1301, 1440, 1650.

- EXO 1 : Les données suivantes correspondent aux durées de vie relevées lors d’essais de fiabilité :
- 205 ; 312 ; 402 ; 495 ; 570 ; 671 ; 801 ; 940 ; 1150
- Peut-on considérer que les durées de vie suivent une loi de Weibull ? De quels paramètres ? Calculer la MTTF.
-
-
- 1) EXO 2 : Même questions avec les données suivantes :
-
-
- 175 ; 300 ; 400 ; 525 ; 530 ; 580 ; 595 ; 625 ; 665 ; 675 ; 720 ; 725 ; 775 ; 825

# Méthode graphique

- Méthode de Wayne-Nelson: Données mélangées (les données doivent être ordonnées par ordre croissant et numérotées par ordre décroissant (rg inverse)
  - La procédure est similaire:
    - Axe des abscisses : taux de hasard cumulé
    - Axe des ordonnées: Log t
  - Où le taux de hasard cumulé n'est calculé que pour des temps de défaillances $t_i$
  - $h(t_i)$ = taux de hasard = 1/rg inverse de $t_i$

| mois | rang inverse | taux de hasard | taux de hasard cum |
|---|---|---|---|
| 32 | 20 | 5.0 | 5.0 |
| 39 | 19 | 5.26 | 10.26 |
| 58 | 18 | 5.56 | 15.82 |
| 65+ | 17 | | |
| 66 | 16 | 6.25 | 22.07 |
| 70 | 15 | 6.67 | 28.74 |
| 75 | 14 | 7.14 | 35.88 |
| 75+ | 13 | | |
| 88 | 12 | 8.33 | 44.21 |
| 88+ | 11 | | |
| 94+ | 10 | | |
| 102+ | 9 | | |
| 106 | 8 | 12.5 | 56.71 |
| 109 | 7 | 14.28 | 70.99 |
| 110+ | 6 | | |
| 130 | 5 | 20 | 90.99 |
| 150+ | 4 | | |
| 155 | 3 | 33.33 | 124.32 |
| 185 | 2 | 50 | 174.32 |
| 210 | 1 | 100 | 279.32 |

# Méthode graphique

- Remarque: Si on ne dispose pas de papiers graphiques, on utilise les procédures suivantes:
  - Ordonner les temps $t_i$ et calculer $Ln(t_i)$
  - Calculer les rgs médians $F(t_i)$ $[F(t_i)= (i-0,3)/(n+0,4)]$ et $Ln[Ln\ 1/(1-F(t_i)]$
  - Reporter les points.Construire la droite (régression)
    - Si points alignés, loi de weibull de paramètre $\gamma = 0$
    - $\beta$ est la pente de la droite et $\eta = \exp(-y_0 / \beta)$ , Où $y_0$ point d 'intersection de la droite avec l 'axe des y

# Méthode graphique

- Exemple: données complètes

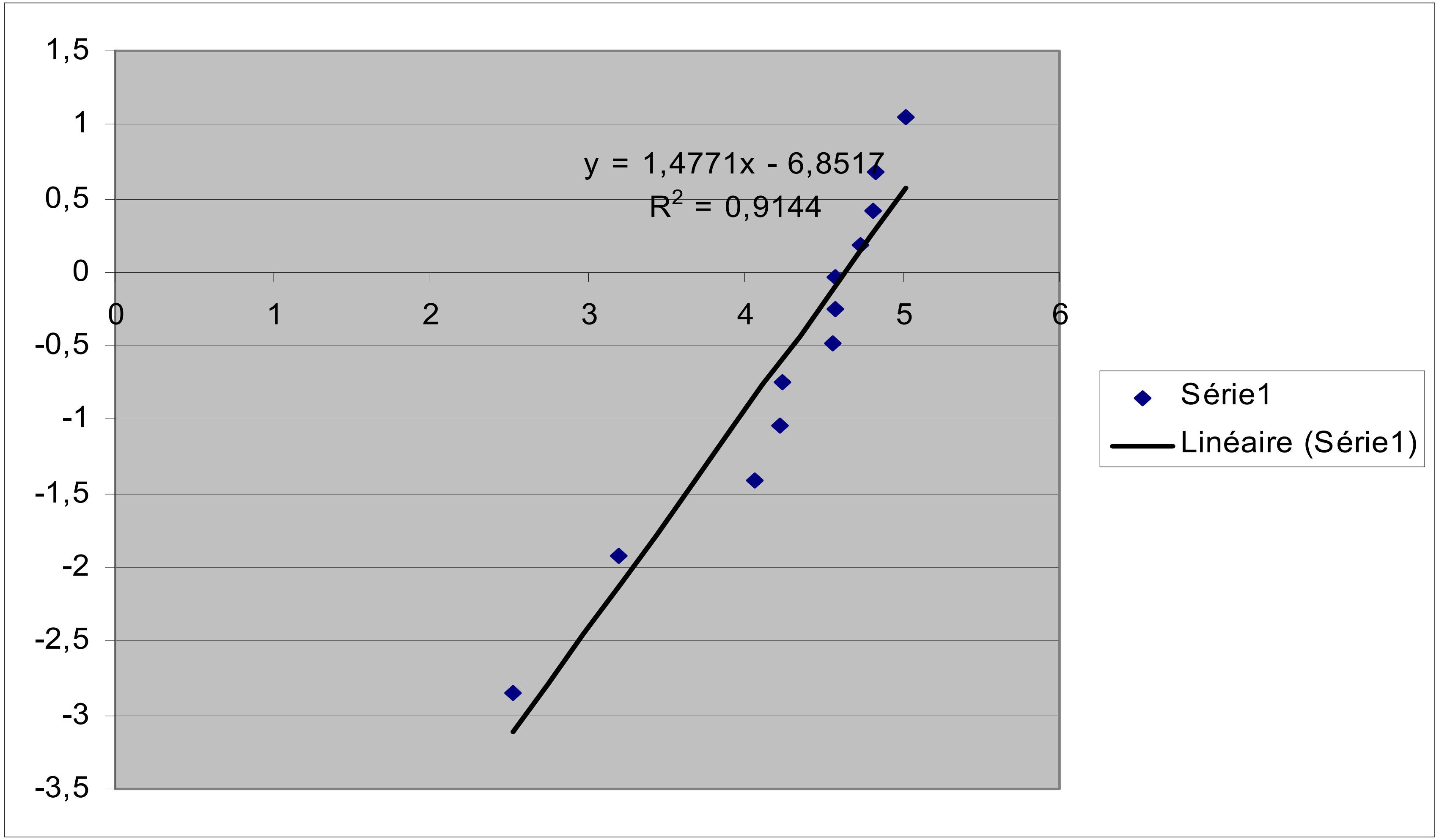
| | |
|---|---|
| 12,5 | 96,6 |
| 24,4 | 97,0 |
| 58,2 | 114,2 |
| 68 | 123,2 |
| 69,1 | 125,6 |
| 95,5 | 152,7 |

# Méthode graphique

## Tableau complété

| ordre | ti | F(ti) | Ln ti | Ln[Ln(1/(1-F(ti))] |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 12,5 | 0,0565 | 2,5283 | -2,8455 |
| 2 | 24,4 | 0,1371 | 3,1958 | -1,9142 |
| 3 | | 0,2177 | 4,0641 | -1,4042 |
| 4 | | 0,2984 | 4,2200 | -1,0374 |
| 5 | | 0,3790 | 4,2350 | -0,7413 |
| 6 | | 0,4597 | 4,5589 | -0,4852 |
| 7 | | 0,5403 | 4,5704 | -0,25201 |
| 8 | | 0,6210 | 4,5747 | -0,03032 |
| 9 | | 0,7016 | 4,7382 | 0,1901 |
| 10 | | 0,7823 | 4,8138 | 0,4218 |
| 11 | | 0,8629 | 4,8331 | 0,6867 |
| 12 | | 0,9435 | 5,0284 | 1,0558 |

# Graphe associé



# Méthode graphique

- Si points non alignés
  - Déterminer $\gamma$ en fonction des valeurs du coefficient de détermination
  - Reporter les nouveaux points
  - Déterminer $\beta$ pente de la nouvelle droite et calculer la nouvelle valeur de $\eta$

# Méthode graphique

- Méthode de Wayne-Nelson
  - Une procédure similaire existe dans le cas de données mélangées.
    - Données ordonnées par ordre croissant et numérotées par ordre décroissant (rg inverse)
    - Pour chaque $t_i$ correspondant à un temps de défaillance, calculer le taux de hasard $h(t_i)$ et le taux de hasard cumulé $H(t_i)$.
    - Reporter les points de coordonnées $Ln(t_i)$, $Ln\ H(t_i)$ . La suite est la même.

# Essais de fiabilité

- Les plans d'essais doivent être définis de façon judicieuse: ( temps long, coût, destruction des produits mis en essais…)
- Différents types (démonstration, qualification, acceptation, environnementaux…)
- Normes de références:
  - Mil STD 781D (reliability testing for engineering development, qualification and production) + MIL HDBK781

# Essais de fiabilité

- Types et utilisation:
  - RGDT (reliability development/growth testing)
    - Utilisé en phase de développement quand des alternatives en conception sont explorées et des modifications sont apportées pour améliorer la fiabilité.
  - RQT (reliability qualification testing) .
    - Utilisé pour vérifier qu'un produit (conception choisie) a bien une fiabilité conforme aux attentes.
    - Connu aussi sous le nom de « reliability demonstration ou design approval testing »

# Essais de fiabilité

- PRAT (production reliability acceptance testing)
  - Utilisé pour garantir que le niveau de fiabilité n ’est pas détérioré en phase de production.
- ESS (environmental stress screening) Les essais sont réalisés dans des conditions environnementales beaucoup plus sévères que celles d ’utilisation normale du produit.
  - But: déverminage; fiabilité prévisionnelle, ...

# Croissance de fiabilité

- Objectif: amélioration de la fiabilité à travers des modifs de conception
- Les essais sont menés sur des prototypes: (nombres de dispositifs restreint)
- Les résultats des différents essais sont représentés sur une courbe (courbe de croissance)

# Modèles de croissance

- Objectif:
- Identifier les « points faibles » et les zones d'amélioration
- Evaluer les progrès potentiels
- Estimer le temps d'essai nécessaire pour atteindre un objectif de fiabilité

# Modèle de croissance

- Les plus utilisés sont le modèle de Duane et AMSAA (Army Material Systems Analysis Activity)
- Source importante: Mil STD + Mil Handbook189: Reliability Growth managment
- Gompertz, Weibull, Healy, Asher et Feingold, Lloyd et Lipow, exponentiel…
- Choix d’un modèle lié aux conditions d’application

# Modèle de Duane

<u>Principe</u> :

Produits nouveaux moins fiables en début de dév.

J.T. DUANE: Modèle empirique

$\theta c$ (MTBF cumulée) représentée en fct du temps total (papier log-log) donne une droite

Pente de la droite: Indication de croissance de fiabilité

$$\log \theta c = \log \theta_0 + \alpha (\log T - \log To)$$

# CROISSANCE DE FIABILITE

$\theta_o$ MTBF cumulée sur 1 période d'observation $T_o$

$$\theta_c = \theta_o \left(\frac{T}{T_o}\right)^{\alpha}$$

$\Downarrow \theta_i$ (MTBF instantanée)

$$\theta_c = \frac{T}{n} \Rightarrow n = \frac{T}{\theta_c} = \frac{T}{\theta_o \left(\frac{T}{T_o}\right)^{\alpha}}$$

$$\Rightarrow n = T^{(1-\alpha)} \frac{T_o}{\theta_o}$$

$$\Rightarrow \frac{dn}{dT} = (1-\alpha)\, T^{-\alpha} \frac{T_o}{\theta_o} = (1-\alpha)\left(\frac{T_o}{T}\right)^{\alpha} \frac{1}{\theta_o}$$

# CROISSANCE DE FIABILITE

$$\frac{dn}{dT} = \lambda_i \Rightarrow \frac{1}{\theta_i} = \frac{dn}{dT} = (1 - \alpha) - \frac{1}{\theta_c}$$

$$\Rightarrow \boxed{\theta_i = \frac{\theta_c}{1 - \alpha}}$$

- ⇒ Les droites représentant $\theta_i$ et $\theta_c$ sont //
- ⇒ Le programme de croissance peut-être mené sur θi ou θc

<u>Remarque</u> : α : Pente de la droite est aussi le coefficient d’amélioration (de la croissance) de fiabilité

# CROISSANCE DE FIABILITE

Typiquement $\alpha$ est compris entre 0,2 et 0,4

| | |
|---|---|
| $\alpha = 0{,}1$ : | Aucune attention particulière aux améliorations de fiabilité |
| $\alpha = 0{,}2$ : | Attention normale (essais conditions normales)<br>Actions correctives pour mode de def importants |
| $\alpha = 0{,}3 - 0{,}4$ : | Attention particulières (test avec conditions d'environnement)<br>Action correctives pour mode de def importants |
| $\alpha = 0{,}4 - 0{,}6$ : | Programme avec gros efforts pour éliminer les modes de défaillance<br>Essais accélérés ; analyse immédiate et correction des def. |

# CROISSANCE DE FIABILITE

<u>Utilisation pratique</u> :

Au bout de combien de temps d'essais, peut-on atteindre l'objectif de MTBF fixé ?

<u>Exemple</u> :

Lors des premiers essais d'un nouveau matériel électronique, on a enregistré 11 défaillances en 600 h sans mode de défaillance prédominant.

Combien de temps supplémentaire d'essais doit-on prévoir si on veut garantir une MTBF $\theta_i$ de 500 h ? ($\alpha = 0,3$ et $\alpha = 0,5$)

# CROISSANCE DE FIABILITE

$$\theta_o = \frac{T}{n} = \frac{600}{11} = 54,4 \quad h$$

$$\theta_i = 500 \quad h \Rightarrow \theta_c = 500 \quad (1 - \alpha)$$

$\theta_c = 350h \qquad \alpha = 0,3$

$\theta_c = 250h \qquad \alpha = 0,5$

$$\theta_c = \theta_o \left(\frac{T}{T_o}\right)^{\alpha} \quad \Rightarrow \quad T = T_o \left(\frac{\theta_c}{\theta_o}\right)^{1/\alpha}$$

$\Longrightarrow$ T = 297 200 h $\qquad$ $\alpha = 0,3$

T = 12 670 h $\qquad$ $\alpha = 0,5$

Remarque : Il est impensable de faire ~ 300 000 h d'essais

$\Longrightarrow$ se donner les moyens d'améliorer la fiabilité

# ESSAIS ACCELERES

MIL – STD 217

Pb : Transposer les valeurs des caractéristiques de fiabilité obtenues en conditions sévérisées à des prévisions de fiabilité en condition normale d'utilisation

Exemple : Loi d'Arrhénius

Essais réalisés à une température $T_1$

Transposer les résultats pour une température $T_2$

# ESSAIS ACCELERES

= Loi de dégradation physico-chimique la plus simple et la plus fréquente

$$\lambda_2 = \lambda_1 \exp \left[ Ea \ / \ K \ \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) \right] \quad (1)$$

K : Constante de Baltzman 8,617 x 10-5 ev/°K

$E_a$ : Energie d'activation nécessaire pour créer le mécanisme de défaillance

$\lambda_1$ = taux de def à la t° abs $T_1$ (°K)

$\lambda_2$ = taux de def à la t° abs $T_2$ (°K)

$$(1) \Rightarrow \ \text{Log} \ \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{E_a}{K} \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) = \text{Log} \ h$$

Où h = coefficient d'accélération du processus entre $T_1$ et $T_2$

# ESSAIS ACCELERES

<u>Exemple :</u>

Lors d'un essai de fiabilité réalisé sur un échantillon de 300 pièces à une température de 168°C, on a observé 5 défaillances.

Calculer le taux de défaillance prévisionnel pour une température de 50°C ($^{Ea}/K = 7532$ d'après MIL – HDBK 217).

# TEST SEQUENTIEL

Hypothèse : les intervalles de temps entre de f, suivent une loi exponentielle

Principe :

$\theta_1$ : valeur de la MTBFtelle que si un équipement a une MTBF $\leq$, il sera refusé avec une forte proba

$\theta_o$ : valeur de la MTBF telle que si un équipement à une MTBF $\geq$ , il sera accepté avec une forte proba

$\alpha$ : Risque du producteur

$\beta$ : Risque du client

# TEST SEQUENTIEL

<u>Rappel</u> : si les intervalles de temps entre de f d'un équipement suivent une loi expo, la proba d'obtenir r défaillance :

$$p(r) = \left(\frac{t}{\theta}\right)^r \left(\frac{e^{-t/\theta}}{r!}\right)$$

$$\text{si } \theta 1 : P_1(r) = \left(\frac{t}{\theta_1}\right)^r \left(\frac{e^{t/\theta_1}}{r!}\right)$$

$$\text{si } \theta_o : P_o(r) = \left(\frac{t}{\theta_o}\right)^r \left(\frac{e^{t/\theta_0}}{r!}\right)$$

$$\text{Soit le rapport } \frac{P_1(r)}{P_o(r)} = \left(\frac{\theta_o}{\theta 1}\right)^r e^{-t}(1/\theta 1 - 1/\theta_o)$$

= Rapport de discrimination

# TEST SEQUENTIEL

- Arrêter le test et accepter si

$$\frac{P1}{Po} < B \qquad \text{avec} \qquad B = \frac{\beta}{1 - \alpha}$$

b) Arrêter le test et rejeter si

$$\frac{P_1}{P_o} > A \qquad \text{avec } A = \frac{1 - \beta}{\alpha} \left( \frac{1 + d}{2d} \right)$$

$$d = \frac{\theta_o}{\theta_i}$$

c) Continuer si

$$B \leq \frac{P_i}{P_o} \leq A$$

# TEST SEQUENTIEL

$$B \leq \frac{\theta_o}{\theta_1} e^{-t\left(\frac{1}{\theta_1} - \frac{1}{\theta_o}\right)} \leq A$$

$$\operatorname{Log} B \leq r \operatorname{Log} \frac{\theta_o}{\theta 1} - t\left(\frac{1}{\theta 1} - \frac{1}{\theta_o}\right) \leq \operatorname{Log} A$$

$$\frac{\operatorname{Log} B}{\operatorname{Log} \frac{\theta_o}{\theta_1}} + \frac{t\left(\frac{1}{\theta_1} - \frac{1}{\theta_o}\right)}{\operatorname{Log} \frac{\theta_o}{\theta_1}} \leq r \leq \frac{\operatorname{Log} A}{\operatorname{Log} \frac{\theta_o}{\theta_1}} + \frac{t\left(\frac{1}{\theta 1} - \frac{1}{\theta_o}\right)}{\operatorname{Log} \frac{\theta_o}{\theta_1}}$$

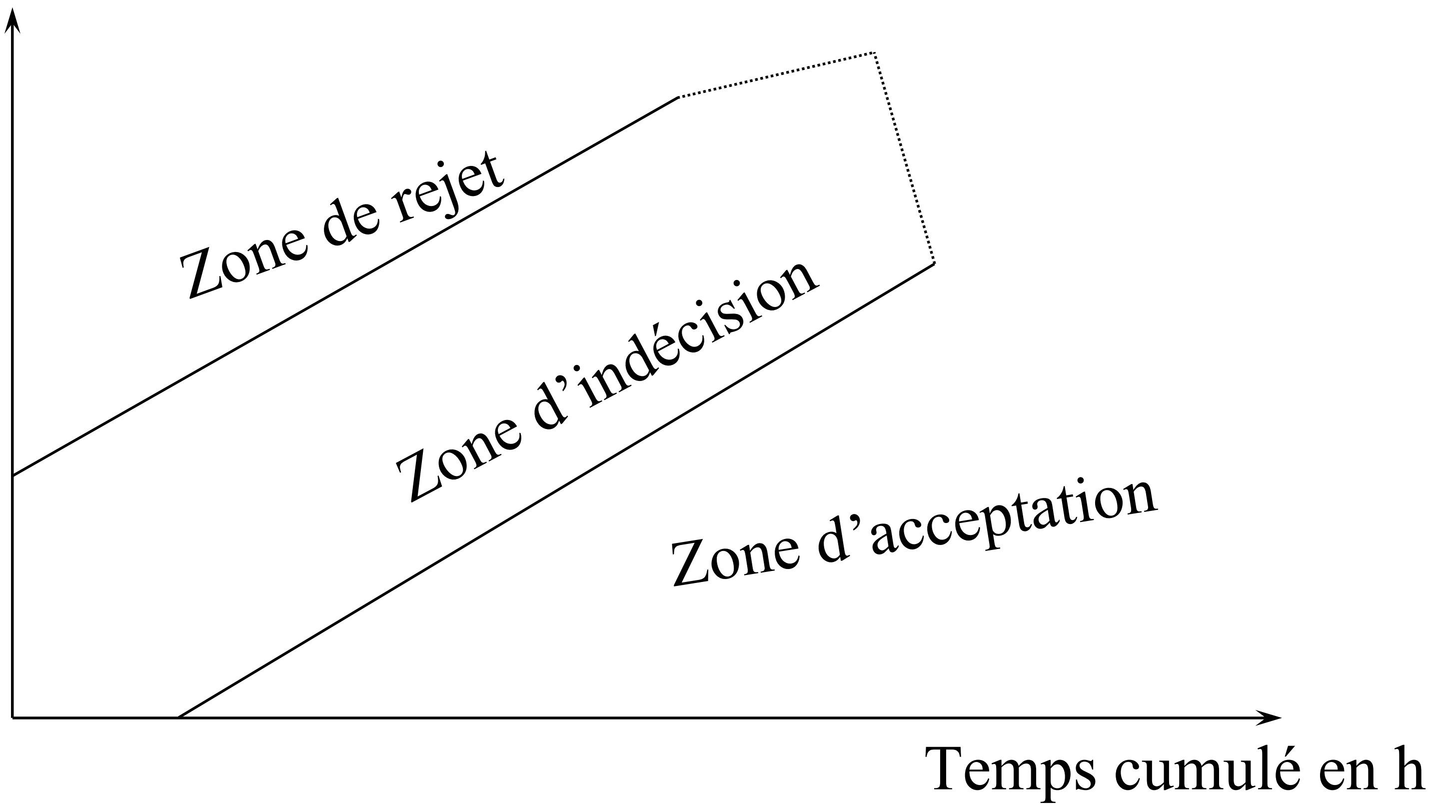
$$\text{On pose} : a = \frac{\text{Log } B}{\text{Log } (\frac{\theta_o}{\theta_1})}$$

$$b = \frac{1/\theta_1 - 1/\theta_o}{\text{Log } (\theta_o / \theta_1)}$$

$$c = \frac{\text{Log } A}{\text{Log } \frac{\theta_o}{\theta_1}}$$

# TEST SEQUENTIEL

a+ bt    ≤ r    ≤c + bt



# TEST SEQUENTIEL

Détermination de la troncature
On détermine « r » tel que

$$\frac{\chi^2_{\alpha\,;\,2r}}{\chi^2_{1-\beta\,;\,2r}} \geq \frac{\theta_i}{\theta_o}$$

$\alpha,\ \beta,\ \theta_i,\ \theta_o \quad \rightarrow \quad \dfrac{\theta_i}{\theta_o}$ à comparer à $\dfrac{\chi^2_{\alpha\,;\,2r}}{\chi^2_{1-\beta\,;\,2r}}$

Table du $\chi^2$ $\longrightarrow$ valeur de 2 r
$\longrightarrow$ puis de r (noté ro)

$$\Rightarrow \quad To = \frac{\theta_o\ \chi_{\alpha\,;\,2r_o}}{2}$$

# TEST SEQUENTIEL

On atteint $T_o$ avec un nombre de def $< r_o$

$O_n$ accepte

- On a $r_o$ def avant d'atteindre To
  $O_n$ rejette

Exemple :

Construire un plan d'essai avec

$\alpha = 10\ \%$ ; $\beta = 10\ \%$ $\theta_i = 100$ h

$\theta_o = 200$ h