

# SY03 – Introduction aux systèmes d'entraînement électrique – TD 1

## Devoir maison (à faire avant la séance)

*Principe : ces premiers exercices font appel à des notions de base et sont faits pour que vous les réussissiez à partir du cours. **Aucune correction complète ne sera faite.** La première demi-heure du TD sera réservée à un temps d'échange. Vous devrez exprimer les points qui vous ont posé problème pour que votre enseignant, votre enseignante, ou d'autres étudiants, puissent vous aider à les surmonter.*

Ces exercices vont vous amener à analyser les comportements mécaniques et les consommations énergétiques de deux moyens de transports pour un trajet court : un vélo et une voiture citadine électriques. Scénario d'utilisation : répétition de cycles de 200 m à plat sans vent, effectués chacun en trois phases : accélération constante jusqu'à la vitesse maximale, puis vitesse maximale constante le plus longtemps possible, puis décélération constante jusqu'à l'arrêt afin de parcourir 200 m au total.

Hypothèses pour le vélo : le véhicule et la personne dessus pèsent 100 kg, leur coefficient de traînée est de 0.4 m<sup>2</sup> et le coefficient de roulement est de 0.01. La vitesse maximale est de 7 m/s. L'accélération et la décélération sont égales à 2m/s<sup>2</sup>.

Hypothèses pour la voiture : le véhicule et la personne dedans pèsent 1550 kg, leur coefficient de traînée est de 0.82 m<sup>2</sup> et le coefficient de roulement est de 0.01. La vitesse maximale est de 13,9 m/s. L'accélération et la décélération sont égales à 2,8m/s<sup>2</sup>.

a) Déterminer la durée des phases d'accélération et de décélération des deux véhicules durant un cycle.

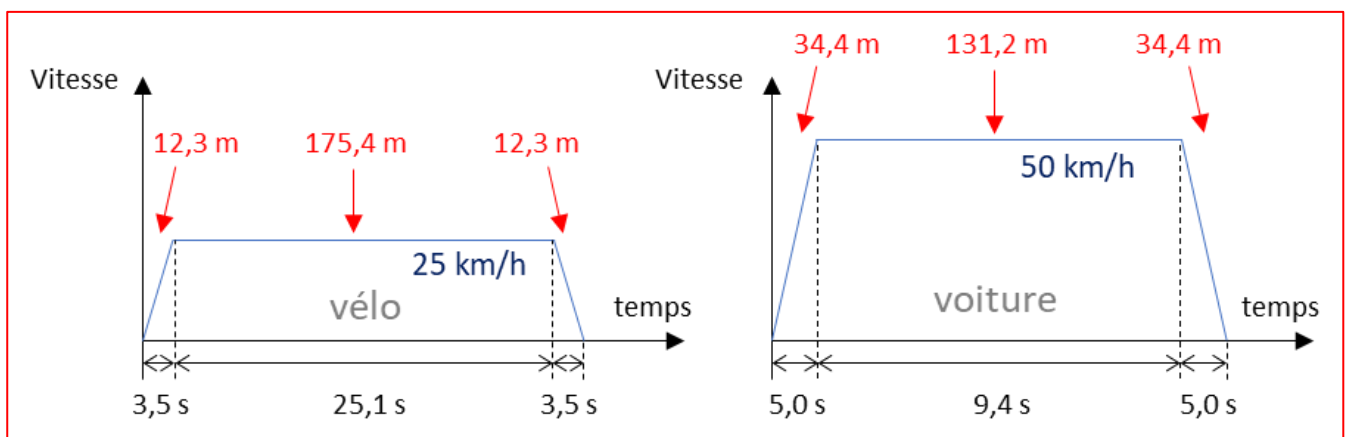
*Les phases auront la même durée. En accélération constante  $\alpha$ , on peut écrire que la variation de vitesse vaut  $\Delta V/\Delta t$ . Donc  $\Delta t = \alpha \times \Delta V$ .*

*Pour le vélo : 3,5 secondes. Pour la voiture : 4,96 secondes.*

b) Calculer la distance parcourue durant ces phases pour les deux véhicules. En déduire la distance parcourue durant la phase à vitesse maximale constante pour un cycle, ainsi que la durée associée.

*Conseil : faire un diagramme de la vitesse en fonction du temps, ajouter vos résultats : durées et distances.*

*La distance parcourue sera également la même durant les phases d'accélération et de décélération et vaudra  $\Delta x = 0,5 \alpha t^2 + V_{init} t$ .*



c) Réaliser un schéma en faisant apparaître toutes les forces extérieures sous forme de vecteurs. Ajouter une force d'entraînement  $\vec{F}_{ent}$ , dans le sens du déplacement, qui permet d'assurer le mouvement souhaité.

*Schémas similaires pour le vélo et la voiture, faisant apparaître : la pesanteur, la réaction du sol, la force d'entraînement, la traînée aérodynamique, la résistance au roulement.*

*Remarque : intéressant de discuter du fait de transformer les réactions normales à chaque roue en une seule réaction normale sur une roue équivalente => plus pratique pour la modélisation.*

d) A l'aide du principe fondamental de la dynamique, exprimer la force d'entraînement en fonction des autres forces (sous forme vectorielle, puis en projetant l'ensemble selon la direction du déplacement).

$$M \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F}_{ent} + \vec{P} + \vec{R}_{sol} + \vec{F}_{aero} + \vec{F}_{roulement}$$

$$\vec{F}_{ent} = M \frac{d\vec{V}}{dt} - \vec{P} - \vec{R}_{sol} - \vec{F}_{aero} - \vec{F}_{roulement}$$

Projection selon l'axe du déplacement :

$$F_{ent} = M \frac{dV}{dt} + F_{aero} + F_{roulement}$$

e) Pour la phase à vitesse maximale constante, analyser les différences entre le vélo et la voiture pour les :

- Force, puissance et énergie associées à la résistance au roulement ;
- Force, puissance et énergie associées à la traînée aérodynamique.

<i>Résistance au roulement</i>	<b>Force</b>	<b>Puissance</b>	<b>Energie</b>
Vélo	9,8 N	69 W	1,72 kJ
Voiture	152 N	2,1 kW	20,0 kJ

<i>Traînée aérodynamique</i>	<b>Force</b>	<b>Puissance</b>	<b>Energie</b>
Vélo	11,8 N	82,3 W	2,06 kJ
Voiture	95,1 N	1,32 kW	12,5 kJ

Eléments de discussion :

- Les deux puissances « dissipées » pour le vélo font environ 140 W à 7 m/s (25 km/h), ce qui est conséquent par rapport aux 250 W de la norme sur les vélos à assistance électrique.
- La résistance au roulement est loin d'être négligeable pour un vélo : gonflez bien vos pneus !
- Résistance au roulement : à cause de la différence entre les masses des véhicules : il y a un ratio de presque 15 entre les forces, mais il y a un ratio de presque 30 sur les puissances car la vitesse est doublée. Côté énergie, le ratio diminue car la durée est plus courte pour la voiture, mais la différence reste conséquente.
- Trainée aéro : la différence entre les  $S C_x$  est moindre que pour les masses, mais le fait que la vitesse soit au cube pour les puissances entraîne également une différence conséquente (et la voiture n'est qu'à 50 km/h !).

f) Pour la phase d'accélération, analyser les différences entre les véhicules pour les :

- Force, puissances et énergies associées à l'inertie (terme  $M dV/dt$ ) ;
- Force, puissance (max) et énergie associées à la résistance au roulement ;
- Force (max), puissance (max) et énergie associées à la traînée aérodynamique.

\*Note : pour votre analyse, vous pouvez par exemple chercher les causes principales de pertes d'énergie pour un véhicule ou ce qui mènent à des forces/puissances/énergies différentes entre les deux véhicules. Ce genre d'analyse est utile si l'on veut réduire l'énergie nécessaire à un déplacement.

Pour l'énergie associée à la force d'accélération  $M dV/dt$  :  $0,5 M V^2$

Pour la puissance max associée à la résistance au roulement, il suffit de multiplier la force (constante) par la vitesse max. Pour l'énergie, il faudra prendre la puissance divisée par deux, multipliée par le temps (intégration par la méthode des trapèzes).

Pour l'énergie associée à la traînée aérodynamique lors de l'accélération :

$$E = \sum_0^{t_{accel}} \frac{1}{2} S C_x V^3 \cdot dt$$

En posant  $V = \alpha \cdot t$ , on obtient

$$E = \sum_0^{t_{accel}} \frac{1}{2} S C_x (\alpha t)^3 \cdot dt$$

$$E = \left[ \frac{1}{8} S C_x \alpha^3 t^4 \right]_0^{t_{accel}} = \frac{1}{8} S C_x \alpha^3 t_{accel}^4$$

<i>Effets de l'inertie</i>	<b>Force</b>	<b>Puissance (max)</b>	<b>Energie</b>
Vélo	200 N	1400 W	2,45 kJ
Voiture	4340 N	60,3 kW	150 kJ

<i>Résistance au roulement</i>	<b>Force</b>	<b>Puissance (max)</b>	<b>Energie</b>
Vélo	9,8 N	69 W	0,12 kJ
Voiture	152 N	2113 W	5,24 kJ

<i>Traînée aérodynamique</i>	<b>Force (max)</b>	<b>Puissance (max)</b>	<b>Energie</b>
Vélo	11,8 N	82,3 W	0,07 J
Voiture	95,1 N	1,32 kW	1,63 kJ

g) Normalement, les résultats seront les mêmes durant la phase de décélération pour les trois contributions calculées à la question f), à une différence près. Laquelle ?

Les contributions liées à l'énergie changeront de signe, mais le reste ne change pas.

h) Pour conclure, quelles sont les principales causes de « dissipation d'énergie » lors des déplacements avec chacun de ces véhicules ? Quelles seraient les premières choses à faire pour réduire la consommation d'énergie de ces véhicules ? Nous en discuterons durant le TD.

Les contributions de l'inertie sont très largement au-dessus du reste avec ce scénario et ces hypothèses.

Pour la voiture, l'énergie utilisée pour accélérer à 50 km/h (150 kJ) est 5 fois supérieure à l'énergie totale nécessaire pour la phase à vitesse constante (20 + 10 kJ).

Rmq 1 : il s'agit pourtant d'un véhicule relativement léger de nos jours.

Rmq 2 : la masse moyenne d'une voiture en 1990 était proche de 1 tonne selon l'ADEME.

Action simple 1 : récupérer un maximum d'énergie grâce à la machine électrique lors des décélérations plutôt que de la dissiper dans des résistances ou dans des freins mécaniques (qui génèrent d'ailleurs de nombreuses particules nocives).

Action simple 2 : bien gonfler ses pneus (qui dissipent plus d'énergie que la traînée aérodynamique à 50 km/h).

Agir sur le design : travailler l'aérodynamisme (surtout pour la haute vitesse), réduire la masse au maximum, ce qui réduira aussi la résistance au roulement, le besoin de freinage (moins de pollution par les freins, les pneus...).

## Etude de cas (à faire pendant la séance)

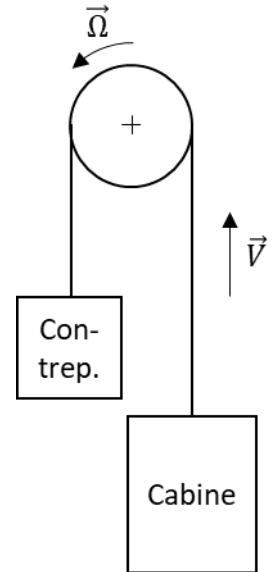
La suite du TD sera dédiée à une étude de cas, qui doit vous amener vers une maîtrise plus fine des connaissances et méthodes pour les systèmes d'entraînement.

L'étude porte sur un ascenseur pour personnes. Le mouvement de la cabine est contrôlé à l'aide d'un câble qui passe par une poulie motorisée située tout en haut du système. Le câble redescend ensuite de l'autre côté de la poulie et son autre extrémité est reliée à un contrepoids qui permet de réduire les efforts à fournir au niveau de la poulie.

Il n'est pas pertinent de réaliser une modélisation fine du système pour une première étude. Nous vous encourageons à proposer des hypothèses simplificatrices raisonnables quand cela vous semble pertinent.

Contexte : immeuble de 5 étages, qui font 2,5 m de hauteur chacun. La cabine est reliée au contrepoids par trois câbles identiques.

Hypothèses : masse de la cabine vide  $M_{cab} = 300 \text{ kg}$ , charge maximale  $M_{ch,max} = 200 \text{ kg}$ , vitesse maximale  $V_{max} = 1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , accélération et décélération  $\alpha = \pm 0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ , masse linéique des câbles de  $0,423 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$ , diamètre de la poulie  $D = 50 \text{ cm}$ , moment d'inertie de la poulie  $J = 0,625 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . La traînée aérodynamique et résistance au roulement négligées. L'élasticité du câble n'est pas considérée.



Modéliser le système du point de vue de la poulie et le mettre en équation à l'aide du PFD. Déterminer s'il faut prendre en compte la masse du câble.

En approximant la longueur du câble par 5 fois la hauteur d'un étage, cela fait 12,5 m. Vu la masse linéique, cela fait environ 16 kilos de câble, ce qui semble négligeable dans cette étude.

Projection PFD (cabine, rouge) :  $M_{cabine} \frac{dv}{dt} = T_{cabine} - P_{cabine}$

Projection PFD (contrepoids, vert) :  $M_{CP} \frac{dv}{dt} = P_{CP} - T_{CP}$

*NB : attention aux signes, car le vecteur  $\vec{V}$  est vers le bas ici.*

Projection PFD (poulie, bleu) :  $J \frac{d\Omega}{dt} = C_{poulie} + (T_{CP} - T_{cabine}) * D/2$

Bilan :

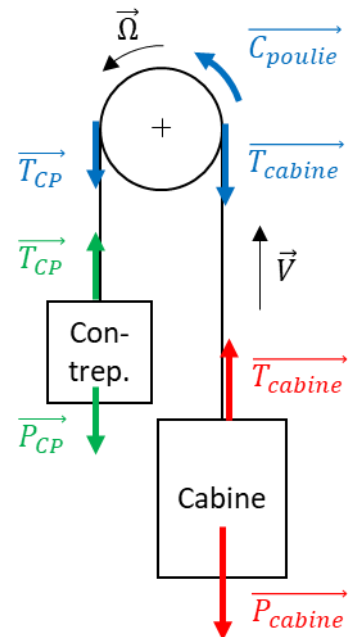
$$J \frac{d\Omega}{dt} = C_{poulie} + \left( P_{CP} - M_{CP} \frac{dV}{dt} \right) * \frac{D}{2} - \left( M_{cabine} \frac{dV}{dt} + P_{cabine} \right) * \frac{D}{2}$$

Il convient alors de remplacer la vitesse  $V$  par  $\Omega$ , soit  $V = \Omega * D/2$ , ce qui donne :

$$J \frac{d\Omega}{dt} = C_{poulie} + \left( P_{CP} - M_{CP} \frac{d\Omega}{dt} * \frac{D}{2} \right) * \frac{D}{2} - \left( M_{cabine} \frac{d\Omega}{dt} * \frac{D}{2} + P_{cabine} \right) * \frac{D}{2}$$

$$\left( J + M_{cabine} * \left( \frac{D}{2} \right)^2 + M_{CP} * \left( \frac{D}{2} \right)^2 \right) * \frac{d\Omega}{dt} = C_{poulie} + (P_{CP} - P_{cabine}) * \frac{D}{2}$$

Choisir la masse du contrepoids. *Indication : minimiser le maximum de couple demandé au moteur quelle que soit la situation. Il sera nécessaire de simplifier le problème, mais en restant raisonnable.*



$$C_{poulie} = \left( J + M_{cabine} * \left( \frac{D}{2} \right)^2 + M_{CP} * \left( \frac{D}{2} \right)^2 \right) * \frac{d\Omega}{dt} + (P_{cabine} - P_{CP}) * \frac{D}{2}$$

Pour minimiser le terme avec les poids de la cabine et du contrepoids, on pourrait prendre un contrepoids dont la valeur correspond au poids moyen de la cabine. Elle varie entre 300 kg (vide) et 500 kg (pleine), donc on pourrait prendre  $M_{CP} = 400 \text{ kg}$ .

Besoin en couple associé : le différentiel fait alors 100 kg. En le multipliant par l'accélération de la pesanteur  $g$  (10 m/s<sup>2</sup>) et le rayon de la poulie (25 cm), on obtient un besoin en couple de **250 Nm**, (ceci correspond au terme de droite dans la formule ci-dessus). Ce besoin de 250 Nm est positif quand la cabine est pleine et négatif quand elle est vide. La situation idéale est quand la cabine est à moitié remplie.

Attention cependant : le terme du milieu dans l'équation, contenant les inerties équivalentes, pourrait être minimisé lui aussi en minimisant la masse du contrepoids  $M_{CP}$ . Il est intéressant de réaliser quelques calculs pour voir l'influence de ce terme...

En calculant le couple associé à l'inertie de la poulie, plus les inerties d'une cabine de 400 kg et d'un contrepoids de 400 kg, on obtient :

$$J + 800 * \left( \frac{D}{2} \right)^2 = 50,625 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

L'accélération en rotation vaut  $\frac{d\Omega}{dt} = \frac{dv}{dt} * \frac{2}{D} = 2 \text{ rad/s}^2$

Cela donne donc un couple associé à l'accélération valant **101 Nm**, ce qui n'est pas négligeable par rapport aux 250 Nm calculés plus haut.

Conclusion : il est intéressant de minimiser le couple car cela minimisera les pertes dans la chaîne de puissance du système d'entraînement électrique. Cependant, ce sont en réalité les pertes accumulées au cours des situations d'utilisation réelles qui comptent, ce qui impliquerait d'étudier le comportement typique d'un ascenseur et de se baser là-dessus pour en tirer une valeur optimale de contrepoids (qui tient compte des deux termes de l'équation en haut de la page). C'est plus de travail, mais ça peut faire des économies d'énergie conséquentes sur les nombreuses années d'utilisation de l'ascenseur.

Du point de vue de la poulie, déterminer les grandeurs utiles au choix du système d'entraînement électrique listées ci-dessous. Préciser dans quelles situations ces grandeurs sont atteintes :

- Couple de freinage maximal, couple d'entraînement maximal
- Maxima de puissance lors de l'entraînement et lors du freinage
- Quantité maximale d'énergie à dissiper/récupérer (sans utiliser le PFD).

Un contrepoids de 400 kg est proposé pour la suite, mais il est possible de prendre d'autres valeurs.

Couple de freinage maximal : freinage lorsque la cabine est pleine et en descente. Soit  $M_{cabine} = 500 \text{ kg}$  et  $\frac{dv}{dt} = -0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Couple d'entraînement maximal : accélération lorsque la cabine est pleine et en montée.

Note : ces valeurs sont les mêmes car les frottements sont négligés.

Maxima de puissance lors de l'entraînement et du freinage : lorsque les couples sont maximaux à vitesse maximale (début de freinage ou fin d'accélération). Concrètement, il faut reprendre les couples précédents et les multiplier par la vitesse maximale.

Quantité maximale d'énergie à dissiper/récupérer : il faut compter l'énergie potentiel de pesanteur. L'énergie cinétique ne compte pas vraiment, puisque l'on part de situations où la cabine accélère (acquière de l'énergie) puis ralentit (perd la même énergie). Finalement, on peut gagner l'énergie potentielle de pesanteur de la cabine lorsqu'elle descend, mais attention, on « perd » en même temps celle du contrepoids qui remonte. On peut donc gagner la différence entre les masses de la cabine et du contrepoids.

Cela donnerait, par exemple en descente du dernier étage au rez-de-chaussée :

$$(M_{cabine} - M_{CP}) \times g \times h = 100 * 10 * 5 * 2,5 = 12,5 \text{ kJ} = 3,47 \text{ Wh}$$

Cette grandeur est utile si l'on souhaite stocker cette énergie sur place, dans des supercondensateurs ou dans une batterie. Elle est aussi utile pour dimensionner des résistances de puissance pour transformer cette énergie en chaleur.