

## MT12

ANTOINE ZUREK

**Exercice de synthèse 1.** Soit  $f$  la fonction 2-périodique et impaire avec

$$f(x) = x(1 - x), \quad \forall x \in [0, 1].$$

- (1) Représenter le graphe de  $f$ .
- (2) Calculer les coefficients de Fourier  $a_n(f)$  et  $b_n(f)$ .
- (3) On note  $f_N$  la somme partielle d'ordre  $N \geq 1$  de la série de Fourier de  $f$ . Donner l'expression de  $f_N$ .
- (4) Est-ce que la suite des sommes partielles  $(f_N)_{N \geq 1}$  des séries de Fourier de  $f$  converge simplement (ou ponctuellement) vers  $f$  sur  $\mathbb{R}$ ? Justifier soigneusement votre réponse.
- (5) Justifier la relation :

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^3} = \frac{\pi^3}{32}.$$

**Exercice de synthèse 2.** Soit  $f$  la fonction  $2\pi$ -périodique et impaire avec

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in ]0, \pi[, \\ 0 & \text{si } x = 0 \text{ et } x = \pi. \end{cases}$$

- (1) Représenter le graphe de  $f$ .
- (2) Calculer les coefficients de Fourier  $a_n(f)$  et  $b_n(f)$ .
- (3) On note  $f_N$  la somme partielle d'ordre  $N \geq 1$  de la série de Fourier de  $f$ . Donner l'expression de  $f_N$ .
- (4) Est-ce que la suite des sommes partielles  $(f_N)_{N \geq 1}$  des séries de Fourier de  $f$  converge simplement (ou ponctuellement) vers  $f$  sur  $\mathbb{R}$ ? Justifier soigneusement votre réponse.

UNIVERSITÉ DE TECHNOLOGIE DE COMPIÈGNE, LMAC, 60200 COMPIÈGNE, FRANCE

*Email address:* antoine.zurek@utc.fr