

MT22 - TD6

Plan et droite dans l'espace.  
Surface définie par une équation implicite et explicite.

**Exercice 1.**

1. Soient  $M_1, M_2, M_3$  3 points non alignés de coordonnées respectives  $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), (x_3, y_3, z_3)$ , déterminer une équation du plan passant par ces 3 points.
2. Application :  $M_1 = (0, 2, 1), M_2 = (1, 0, 1), M_3 = (0, 0, -1)$  Réponse :  $2x + y - z = 1$

**Exercice 2.** Soit  $M_1$  un point de coordonnées  $(x_1, y_1, z_1)$ .

1. On définit le plan  $\Pi$  passant par le point  $M_0$  de coordonnées  $(x_0, y_0, z_0)$  et perpendiculaire au vecteur  $\vec{N}$ . On appelle  $M_2 = (x_2, y_2, z_2)$  la projection orthogonale de  $M_1$  sur  $\Pi$ . Montrer que la distance de  $M_1$  à  $\Pi$  (c-à-d, la distance de  $M_1$  à  $M_2$ ) vaut

$$\frac{|M_0\vec{M}_1 \cdot \vec{N}|}{|\vec{N}|}$$

2. On suppose désormais que l'équation de  $\Pi$  est  $ax + by + cz = d$ . Montrer que la distance de  $M_1$  à  $\Pi$  vaut

$$\frac{|ax_1 + by_1 + cz_1 - d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

3. Déterminer les coordonnées de  $M_2$ .
4. En déduire la distance de  $M_1$  à  $\Pi$ . Comparer avec le résultat obtenu dans la question 2.

**Exercice 3.**

1. Déterminer un vecteur directeur de la droite  $D$  dont les équations cartésiennes sont :

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y + 2z = 1 \end{cases}$$

2. Trouver les coordonnées d'un point particulier de  $D$ .
3. En déduire des équations paramétriques de  $D$ .

**Exercice 4.**

1. Est-ce que tout plan a une équation explicite de la forme  $z = \phi(x, y)$  ? Si oui, montrez le, si non donnez un contre-exemple.
2. Est-ce qu'une sphère a une équation explicite de la forme  $z = \phi(x, y)$  ?
3. Donner une équation cartésienne explicite de la demi-sphère définie par :

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 5, \quad y \geq 2.$$