

MT23 – A20 – Test 2 – QCM

Durée 20 min

(Les valeurs numériques peuvent changer d'un étudiant à l'autre.)

Questions de cours

1. Soit $A \in \mathcal{M}_n$ une matrice non diagonale ayant une unique valeur propre de multiplicité n , A est-elle diagonalisable ?

- oui
- non

2. $A \in \mathcal{M}_n$ diagonalisable $\Leftrightarrow A$ admet n valeurs propres distinctes

- vrai
- faux

3. $A \in \mathcal{M}_n$ diagonalisable $\Leftrightarrow A$ inversible

- vrai
- faux

4. 0 est valeur propre de $A \Leftrightarrow A$ n'est pas diagonalisable

- vrai
- faux

On pose $\forall x, y \in \mathbb{R}^2$, $\langle x, y \rangle = x_1 y_1 + x_2 y_2 + a x_1 y_2 + b x_2 y_1$.

Dire si $\langle x, y \rangle$ est un produit scalaire dans les cas suivants :

a) $a = 1$ et $b = 2$

- oui
- non

b) $a = 1$ et $b = 1$

- oui
- non

c) $a = -1$ et $b = -1$

- oui
- non

d) $a = 0$ et $b = 0$

- oui
- non

1. On pose $Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

Q est-elle orthogonale ?

- oui
 non

2. Même question pour $Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

- oui
 non

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

1. Donner la valeur propre simple λ_1 :

2. Donner la valeur propre double λ_2 :

3. Que vaut le sous-espace propre associé à λ_2 ?

$V_{\lambda_2} = \text{vect} \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$

$V_{\lambda_2} = \text{vect} \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle$

$V_{\lambda_2} = \text{vect} \left\langle \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$

$V_{\lambda_2} = \text{vect} \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$

4. La matrice A est-elle diagonalisable ?

- oui
 non

5. La matrice A est-elle inversible ?

- oui
 non

6. Que vaut A^4 ?

$3A^2 - 2A$

$2A^2 - A$

$-3A^2 + 2A$

$-2A^2 + A$

On munit \mathbb{R}^3 du produit scalaire : $\forall x, y \in \mathbb{R}^3, \langle x, y \rangle = x_1y_1 + 4x_2y_2 + x_3y_3$.

Soit $x = (1, 1, -1)$ et $F = \text{vect}\langle x \rangle$.

1. Dire dans les cas suivants si $y \in F^\perp$:

a) $y = (1, 0, 1)$

oui

non

b) $y = (0, 1, 1)$

oui

non

c) $y = (0, 1, 4)$

oui

non

d) $y = (0, 4, 1)$

oui

non

2. Quelle est la norme de x ?

$\sqrt{6}$

$\sqrt{3}$

$\sqrt{18}$