MT23 – A20 – Test 1 – QCM

Durée 45 min

(Les valeurs numériques peuvent changer d'un étudiant à l'autre.)

1. A quelle définition correspond le texte suivant $\forall \vec{x} \in H, \exists \vec{y} \in F, \exists \vec{z} \in G$ tq $\vec{x} = \vec{y} + \vec{z}$?

○ $H = F + G$
○ $H = F \oplus G$

2. Les affirmations suivantes sont-elles exactes ?

- Une famille liée contient au moins 2 vecteurs.
- Une famille peut être libre et liée.
- Une famille peut être liée et génératrice.

Soit l'application linéaire $u : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ telle que $u(x_1, x_2) = (2x_1 + x_2, -x_2, x_1 + x_2)$.

1.Calculer $\ker u$:

○ $\ker u = \{\vec{0}\}$

○ $\ker u =$ vect $< (1, -2) >$

○ $\ker u =$ vect $< (-1, 1) >$

2. u est-elle injective ?

3. u est-elle surjective ?

4. Calculer $\mathrm{Im}\, u$:

○ im u = vect $< (1, 1, 0), (2, 0, 1) >$
○ Im u = vect $< (1, -1, 1) >$
○ Im u = vect $< (1, 1), (2, 0) >$
○ Im u = vect $< (2, 0, 1) >$

5. Donner la matrice de u dans les bases canoniques de $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$:

○ $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

○ $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

○ $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

○ $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Soit $\mathcal{P}_2$ l'espace vectoriel des polynômes de degré inférieur ou égal à 2.
On note (p_0, p_1, p_2) la base usuelle de $\mathcal{P}_2$ (rappel : $\forall t \in \mathbb{R}, p_i(t) = t^i, i = 0, 1, 2$), donc tout $p \in \mathcal{P}_2$ s'écrit $p = a_0 p_0 + a_1 p_1 + a_2 p_2$.
On note 0_p le polynôme nul.

1. Les ensembles suivants sont-ils des sous-espaces vectoriels de $\mathcal{P}_2$?

- $H_1 = \{p \in \mathcal{P}_2 / p(1) = 0\}$
- $H_2 = \{p \in \mathcal{P}_2 / p(1) = 1\}$
- $H_3 = \{p \in \mathcal{P}_2 / p(1) + p(2) = 0\}$
- $H_4 = \{p \in \mathcal{P}_2 / p + p' = 0_p\}$
- $H_5 = \{p \in \mathcal{P}_2 / p' = 0_p\}$
- $H_6 = \{p \in \mathcal{P}_2 / a_0 = 0\}$
- $H_7 = \{p \in \mathcal{P}_2 / a_0 = 1\}$
- $H_8 = \{p \in \mathcal{P}_2 / a_1 = a_2 = 0\}$
- $H_9 = \{p \in \mathcal{P}_2 / a_2 = 0\}$

2. Sont-ils en somme directe ?

- H_4 et H_5
- H_4 et H_8
- H_5 et H_8
- H_5 et H_6
- H_6 et H_8
- H_8 et H_9

3. Sont-ils supplémentaires dans $\mathcal{P}_2$?

- H_4 et H_5
- H_4 et H_8
- H_5 et H_8
- H_5 et H_6
- H_6 et H_8
- H_8 et H_9

On définit $\vec{v}_1 = (1, -1, 1), \vec{v}_2 = (0, 1, -2)$ et $\vec{v}_3 = (-3, 1, 1)$.

Donner a, b et c tels que $a\vec{v}_1 + b\vec{v}_2 + c\vec{v}_3 = \vec{0}$ $(a \geq 0)$:

a= , b= , c=

Soit u une application linéaire de E dans F.

Compléter les affirmations suivantes avec la réponse qui convient :

1. $(\vec{e}_1, \ldots, \vec{e}_n)$ est une famille génératrice de $E \Rightarrow (u(\vec{e}_1), \ldots, u(\vec{e}_n))$ est une famille génératrice de .....

- Im u
- F

2. Quelle implication est toujours vraie ?

$(\vec{e}_1, \ldots, \vec{e}_n)$ est une famille libre de E ...... $(u(\vec{e}_1), \ldots, u(\vec{e}_n))$ est une famille libre de F.

- $\Rightarrow$
- $\Leftarrow$

3. $(\vec{e}_1, \ldots, \vec{e}_n)$ est une famille libre de $E \Leftrightarrow (u(\vec{e}_1), \ldots, u(\vec{e}_n))$ est une famille libre de F si u est