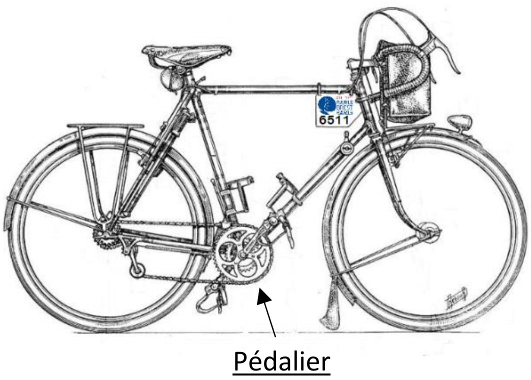
Semestre A20 **MEDIAN SY03 + CORRIGE** 5 novembre 2020

Vous avez droit à une calculatrice type collège, ainsi qu'une feuille manuscrite écrite recto-verso.

Soignez la présentation de vos copies, votre note en dépendra. Précisez les unités utilisées pour vos résultats.

Examen de 1h30 sur 16 points + 2 points bonus (dont présentation)

I. DOPAGE D'UN CYCLISTE A L'ELECTRICITE (30 MIN) (5,5 PTS)



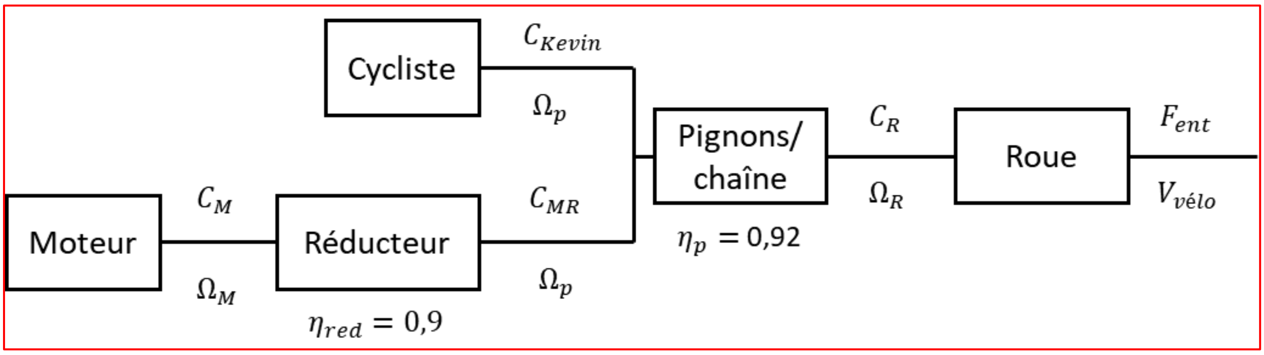
Kevin a fait croire qu'il était un cycliste de bon niveau, Pierre lui propose de faire une course pour voir qui est le meilleur. En réalité, Kevin n'est pas un grand sportif, mais il est bon bricoleur et il va ajouter un système motorisé à son vélo pour battre Pierre.

Le parcours sera plat sur 57 km, Pierre dit le faire en 1h35. Kevin a trouvé un petit moteur de 50W et 600 tr/min en nominal qu'il peut cacher dans le cadre du vélo. La vitesse de 600 tr/min est trop grande pour le pédalage, il va donc ajouter un réducteur de rapport 7 et de rendement 90% entre le moteur et le pédalier. La puissance de ce motoréducteur s'ajoutera à celle de Kevin.

Kevin se demande quelle puissance il devra développer pour battre Pierre. Voici sa démarche et les paramètres physiques à utiliser :

- Pierre et Kevin font le même poids. Masse totale d'un cycliste et son vélo : M_T = 83 Kg
- Diamètre des roues D_R = 70 cm
- Rapport et rendement de la transmission pignons/chaine du vélo : $K_p = 49/14$; η_p = 92 %
- Coefficient de résistance au roulement C_R = 0,01
- Coefficient de traînée aérodynamique $S.C_x$ = 0,25 m²
- Masse volumique de l'air ρ = 1,2 kg/m³
- accélération de la pesanteur : g = 9,81 m/s²

1.1 Représentez la chaîne d'entrainement par un schéma synoptique (en partant des 2 sources de puissance mécanique : le moteur et le cycliste). Vous ferez apparaître les différentes variables présentes dans cette chaîne d'entrainement.



1.2 Calculez les forces de résistance au roulement F_{roul} et de trainée aérodynamique F_{aero} (à la vitesse moyenne sur le parcours).

$F_{roul} = MgC_R =$ **8.13 N**

$F_{aero} = 0.5\rho SC_xV^2$ = **15 N** (vitesse moyenne : 10 m/s car 57000 m à parcourir en 5700 s)

1.3 En utilisant la vitesse moyenne durant le parcours, calculez la puissance moyenne à fournir au pédalier P_p.

P_p= (15+8.13).10/(0.92)= **251,4 W**

1.4 Déterminez le couple nominal du moteur $C_{M,nom}$.

Moteur de 50W à 600tr/min=62.83 rd/s => $C_{M,nom}$= **0.7958 Nm**

1.5 Au couple nominal, calculez la puissance que l'on peut obtenir en sortie du moteur lorsque Kevin roule à sa vitesse moyenne. Détaillez votre démarche.

Vitesse de rotation de la roue : Ωr=V/Rr =10/0.35 =28.57 rd/s =272.84 tr/min

Vitesse de rotation du pédalier : Ωp= Ωr /Kp=77.95 tr/min

Vitesse de rotation du moteur Ωmu= Ωp* Km (Km=7) = 57.14 rd/s=545.68 tr/min

Pmu=Cm* Ωmu = **45.47 W**

1.6 Lorsque le moteur fournit cette puissance, combien Kevin doit-il fournir avec ses jambes pour atteindre la même puissance totale que Pierre ? Détaillez votre démarche.

Puissance motoréducteur au pédalier : Pmp = 45.47*0.90 = 40.9 W

Puissance à apporter par Kevin : Pk = 251.4-40.9 = **210.5 W**

II. DETERMINATION DES PERFORMANCES D'UNE MACHINE A COURANT CONTINU (30 MIN) 5,5 PTS

Les caractéristiques d'un moteur à courant continu à aimants permanents sont les suivantes :

Tension d'induit : U_{nom} = 140 V

Vitesse nominale : N_{nom} = 3000 tours/min

Constante de fem : k = 44 V/1000 tours/min

Résistance d'induit : Ra = 0,32 Ω

Régime nominal

2.1 Calculez le courant nominal I_{nom} lorsque le moteur est à vitesse et tension nominales.

U = E + RI ⇔ $I_{nom} = (U_{nom}-E)/R = (U_{nom} - k*N_{nom})/R$ = **25 A**

2.2 Donnez la constante de couple et calculez le couple électromagnétique nominal C_{nom} correspondant.

k = 44/1000*60/2π = 0,42 V/rad/s = **0,42 Nm/A**

$C_{nom} = I_{nom} * k$ = 25 * 0,42 = **10,5 Nm**

2.3 Donnez la puissance mécanique de la machine et son rendement à son point de fonctionnement nominal.

$P_{nom} = C_{nom} * N_{nom}$ = 10,5 * (3000/60*2*π) = **3,30 kW**

$\eta = P_{meca}/P_{elec} = P_{nom}/(U_{nom}*I_{nom})$ = 3300/3500 = **94,3 %**

Régime impulsionnel

Le courant impulsionnel à ne pas dépasser est I_{max} = 200 A.

2.3 Calculez la tension maximum admissible au démarrage U_{dem}. Calculez le couple maximum admissible au démarrage : C_{dem}.

U = E + RI ⇔ $U_{dem} = 0 + R * I_{max}$ **= 64 V**

C_{dem} = **84 Nm**

Entraînement d'une charge

Le moteur entraîne une charge produisant un couple résistant Cr = 10,5 Nm.

2.4 En négligeant toutes pertes mécaniques dans la machine, déterminez la valeur du courant dans l'induit quand la charge est entraînée à vitesse constante.

I = Cr / k = 10,5 / 0,42 = **25 A**

2.5 Dans ce cas, calculez la vitesse de rotation pour les tensions d'alimentation : U = 35 V et U = 140 V.

U = E + RI = k*N + RI ⇔ N = (U - RI)/k

Pour 35 V => N = 64,3 rad/s **= 614 tr/min**

Pour 140 V => N = 314 rad/s ≈ **3000 tr/min**

Prise en compte des pertes

Les pertes mécaniques ne sont en réalité pas négligeables. A vide, sans charge entrainée et sous une tension U_0 = 133 V, le moteur absorbe un courant I_0 = 2,15 A.

2.6 Calculez la vitesse de rotation. Que pensez-vous de cette valeur ?

N = (U - RI)/k ⇔ N = 314 rad/s = **3000 tr/min**

2.7 Calculez la valeur des pertes Joules ainsi que les pertes mécaniques à vide.

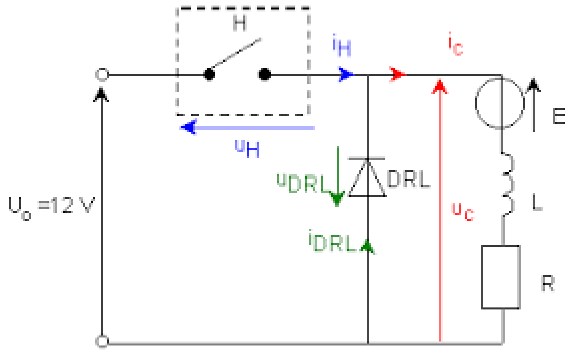
P_{Joule} = R*I² = 0.32*2.15² = **1,48 W**

Couple de pertes mécanique : C = I * k = 2,15 * 0.42 = 0,90 Nm

Puissance associée à ces pertes mécaniques : P_{meca} = C * N = 0,90 * 314 = **283 W**

III. ALIMENTATION D'UNE MACHINE A COURANT CONTINU (30 MIN) (6 PTS)

Le schéma ci-contre représente le circuit d'alimentation d'une machine à courant continu (MCC). La MCC est représentée par la mise en série d'une source de tension E (fem), d'une inductance L et d'une résistance R.



Hacheur alimentant une MCC (circuit RLE)

Elle est alimentée par une source U_0 *via* un hacheur composé d'un interrupteur H et une diode DRL, qui sont supposés idéaux. Lorsqu'ils sont ouverts, ils ne sont traversés par aucun courant tandis que lorsqu'ils sont fermés, la tension à leurs bornes est strictement nulle. Par ailleurs, leurs commutations (commandée pour H et spontanée pour DRL) sont considérées comme instantanées.

Remarque : Pour qu'une diode soit bloquée (circuit ouvert), la tension à ses bornes doit être négative (dans la convention utilisée dans le schéma ci-dessus).

Le pilotage de l'interrupteur H est cyclique de période T et l'interrupteur est fermé au début de chaque période pendant une durée $t_{on} = \alpha.T$, α étant appelé rapport cyclique de la commande.

L'étude du circuit porte sur un régime établi durant lequel toutes les grandeurs électriques (tensions et courants) du circuit sont T-périodiques (la f.e.m. E, de même que la tension U_0, étant constantes). Par ailleurs, on admettra que le courant i_c dans la charge ne s'annule jamais (régime de *conduction continue*).

3.1 Lorsque H est fermé, quelle est la tension aux bornes de la diode ? La diode est-elle bien bloquée ?

3.2 En utilisant la loi des nœuds, donner la relation entre les courants dans l'interrupteur H, la diode DRL et la charge (i_c).

3.3 Lorsque l'interrupteur H est ouvert et en admettant que i_C ne s'annule jamais, que vaut i_{DRL} ? Quel est l'état de la diode ? Quel doit être le signe de i_c pour que le courant puisse effectivement circuler ?

3.4 A partir des résultats établis aux questions 1 et 3, tracer l'évolution de la tension u_C sur une période T ($t \in [0;T[$) en supposant que H est fermé sur l'intervalle [0 ; t_{on}] et ouvert le reste de la période. Donnez l'expression de sa valeur moyenne $\langle u_C \rangle$ en fonction de α et U_0.

3.5 On peut noter sur le schéma que $u_C = E + L.di_C/dt + R.i_C$. Que peut-on dire de la valeur moyenne de $L.di_C/dt$ si i_C est périodique. En déduire une expression de la valeur moyenne $\langle i_C \rangle$ du courant i_C en fonction de α, U_0, E et R. **Indication :** On rappelle que l'on a exprimé $\langle u_C \rangle$ en fonction de α et U_0 à la question précédente.

Pour α = 0,5, on admettra que le point de fonctionnement de la machine alimentée produit une f.e.m. **strictement constante** E = 5.75 V.

3.6 En sachant que R = 0.05 Ω, donner la valeur du courant moyen $\langle i_C \rangle$.

3.7 En considérant le courant i_C comme constant, calculer les puissances moyennes suivantes :

- fournie par la source U_0 (notée P_{source}) ;
- dissipée dans l'interrupteur H (notée P_H) ;
- dissipée dans la diode DRL (notée P_{DRL}) ;
- dissipée dans la résistance R (notée P_R) ;
- dissipée dans l'inductance L (notée P_L) ;
- consommée dans la f.e.m. E (notée P_E).

3.8 Vérifier que la puissance P_{source} est bien égale à la somme des puissances consommées/dissipées dans le circuit. Les pertes dans le hacheur sont les puissances dissipées dans l'interrupteur H et la diode DRL : quel est le rendement du hacheur η_H ?

3.9 La puissance utile étant celle consommée dans la f.e.m., quel est le rendement global η_{glob} du système ?

Correction

1) Lorsque H est fermé, on a $u_H = 0$

Or, $u_0 = u_H - u_{DRL}$

$\Rightarrow \boxed{u_{DRL} = -u_0 < 0}$

La diode est bien bloquée (tension négative à ses bornes).

2) Loi des noeuds : $i_H + i_{DRL} = i_C$

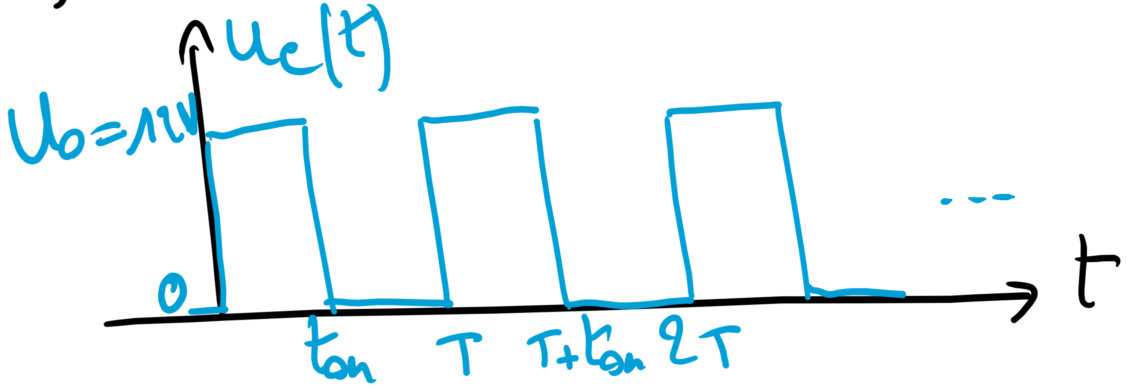
3) Lorsque H est ouvert $i_H = 0$

On a donc $i_{DRL} = i_C$

Et si $i_C \neq 0$, la diode conduit. Or, il faut que $i_{DRL} > 0$

$\Rightarrow \boxed{i_C > 0} \Rightarrow$ Hacheur 1Q.

4) Forme d'onde de $u_c(t)$



$\Rightarrow$ Valeur moyenne

$$\langle u_c \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T u_c(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^{t_{on}} U_0\,dt = U_0 \frac{t_{on}}{T}$$

α

$$\boxed{\langle u_c \rangle = \alpha U_0}$$

5) Si i_c est périodique $i_c(0) = i_c(T)$

$$\text{Or } \left\langle L\frac{di_c}{dt}\right\rangle = \frac{L}{T}\int_{i_c(0)}^{i_c(T)} \frac{di_c}{\cancel{dt}}\,\cancel{dt} = \frac{L}{T}\underbrace{\left(i_c(T) - i_c(0)\right)}_{=0}$$

La tension moyenne aux bornes de L est nulle (en régime établi/périodique)

Or $u_c = E + L\frac{di_c}{dt} + Ri_c$

$$\langle u_c \rangle = \left\langle E + L\frac{di_c}{dt} + Ri_c \right\rangle$$

$$\langle u_c \rangle = \langle E \rangle + \left\langle L\frac{di_c}{dt}\right\rangle + \langle Ri_c \rangle$$

$$= E + 0 + R\langle i_c \rangle$$

Donc $\langle i_c \rangle = \dfrac{\langle u_c \rangle - E}{R}$

$$\boxed{\langle i_c \rangle = \frac{\alpha U_0 - E}{R}}$$

6) $\boxed{\text{Valeur de } \langle i_c \rangle = \dfrac{0{,}5 \times 12 - 5{,}75}{0{,}05} = 5A}$

$\langle i_H \rangle = \alpha . \langle i_c \rangle$

7) • $P_{source} = U_0 .$

$= 12 \times 0{,}5 \times 5 = 30W$

• $P_H = 0$ car lorsque $i_H \neq 0 ; u_H = 0$
et $u_H \neq 0 ; i_H = 0$

• $P_{DRL} = 0$ car lorsque $i_{DRL} \neq 0 ; u_{DRL} = 0$
$u_{DRL} \neq 0 ; i_{DRL} = 0$

• $P_L = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T L\frac{di_c}{dt} i_c \, dt = \frac{L}{T}\left[\frac{i_c^2}{2}\right]_{i_c(0)}^{i_c(T)} = 0$

• $P_R = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T R i_c^2(t) \, dt = R \, I_{CRMS}^2$

$= R \times 5^2 = 1{,}25W$

⚠ Si $i_c = C^{te}$

• $P_E = E \times \langle i_c \rangle = 5{,}75 \times 5 = 28{,}75\ W$

On a $P_{source} = P_E + \cancel{P_R}$

les autres termes étant nuls.

Rq : Pas de perte dans H ni dans la diodes

$\Rightarrow \quad \eta_H = 1$

Rendement global $\eta_{glob} = \dfrac{28{,}75}{30}$

$\simeq 95{,}8\%$