

Vous avez droit à une calculatrice, ainsi qu'une feuille A4 écrite recto-verso et à la main.

Soignez la présentation de vos copies, votre note en dépendra. Précisez les unités utilisées pour vos résultats.

Examen sur 15 pt, avec un total des questions sur 15,5 pt (donc bonus de 0,5 pt)

Présentation : - 0,5 pt si mal présenté

I. ETUDE ELECTROMECHANIQUE D'UNE MACHINE A COURANT CONTINU (30 MIN) (5,5 PT)

Etude électrique

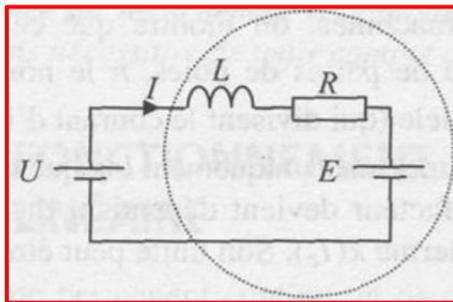
Vous allez étudier un moteur à courant continu (MCC), à aimants permanents, modélisé par la mise en série des 3 composants suivants :

- une résistance $R = 2 \Omega$ (résistance électrique des bobinages de l'induit (= le rotor)) ;
- une inductance $L = 35 \text{ mH}$ (aspect inductif de ces mêmes bobinages) ;
- une source de tension E variable (force électromotrice (f.e.m.)).

Ce moteur est alimenté par une tension U et est parcouru par un courant I . On rappelle que sa vitesse de rotation Ω et son couple (électromagnétique) C sont liés aux grandeurs électriques de la manière suivante :

- $E = k_E \cdot \Omega$ et $C = k_T \cdot I$ avec $k_E = k_T (= k)$

1.1 Dessiner le schéma électrique de ce MCC.



(1 pt)

On applique maintenant un échelon de tension U , soit $U = 0 \text{ V}$ pour $t < 0 \text{ s}$ et $U = 10 \text{ V}$ pour $t \geq 0 \text{ s}$. L'équation différentielle exprimant l'évolution temporelle du courant $I(t)$ s'écrit alors comme suit :

$$\frac{L}{R} \times \frac{dI}{dt} + I = \frac{U - E}{R}$$

1.2 Montrer que $I(t)$ s'écrit comme : $I(t) = I_{\max} \cdot (1 - \exp(-t/\tau_e))$, et préciser les expressions littérales de I_{\max} et de τ_e .

(1 pt) Résolution de l'équation différentielle : $I(t) = \frac{U-E}{R} \left(1 - \exp\left(-\frac{tR}{L}\right) \right)$; $I_{\max} = \frac{U-E}{R}$ et $\tau_e = \frac{L}{R}$

1.3 Donner les valeurs numériques de I_{\max} et de τ_e lorsque le moteur est à l'arrêt et lorsque sa f.e.m. vaut 6,45 V.

(1 pt) A l'arrêt, $I_{\max} = 5 \text{ A}$ et $\tau_e = 17,5 \text{ ms}$

Pour $E = 6,45 \text{ V}$, $I_{\max} = 1,78 \text{ A}$ et $\tau_e = 17,5 \text{ ms}$

Etude mécanique

On peut considérer que les grandeurs électriques évoluent de manière quasi-instantanée relativement aux grandeurs mécaniques. Pour l'étude mécanique, on posera alors $I(t) = I_{\max}$.

1.4 Pour cette MCC, écrire le PFD en rotation, en faisant apparaître :

- le couple (électromagnétique) C du moteur
- le couple résistant C_r (frottements internes)
- la vitesse de rotation $\Omega(t)$
- le moment d'inertie J

(0,5 pt) PFD en rotation : $J \dot{\Omega} = C - C_r$

1.5 A l'aide de la relation entre couple et courant et des résultats de la question 1.2, réécrire ce PFD en faisant apparaître les grandeurs : Ω , k , R , J , U et t .

(1 pt) Il faut exprimer le couple en fonction des grandeurs électriques, puis en fonction de la vitesse :

$$C = kI = \frac{k(U - E)}{R} = \frac{k(U - k\Omega)}{R}$$

Et réinjecter cette expression dans le PFD de la question précédente :

$$J \dot{\Omega} = C - C_r = \frac{k(U - k\Omega)}{R} - C_r \Leftrightarrow \frac{RJ}{k^2} \dot{\Omega} + \Omega = \frac{U}{k} - \frac{C_r R}{k^2}$$

1.6 Résoudre cette équation différentielle pour donner l'expression littérale de $\Omega(t)$.

(1 pt) $\Omega(t) = \left(\frac{U}{k} - \frac{C_r R}{k^2} \right) (1 - \exp(-t/\tau_m))$ avec $\tau_m = \frac{RJ}{k^2}$

II. VALIDATION DE L'AUTONOMIE D'UNE TROTTINETTE (25 MIN) (4 PT) (VOIR CORRIGE PDF)

Le but de cet exercice est de vérifier si l'autonomie d'une trottinette électrique est suffisante pour atteindre au moins 17 km dans différentes situations. Tous les rendements sont considérés égaux à 1. Voici les données du problème :

- Masse de la trottinette : 11 kg
- Charge maximale de la trottinette : 100 kg
- Consommation à plat à **15 km/h** : 220 W
- Consommation à plat à **20 km/h** : 390 W
- Energie stockée dans la batterie : 250 Wh

2.1 Calculer l'énergie nécessaire pour effectuer le trajet de 17 km avec les deux vitesses d'avance proposées.

2.2 Vérifier si la batterie a suffisamment d'énergie pour ces deux modes de fonctionnement

Nous prenons maintenant en compte le fait que le trajet est en légère descente (pente de 2%). Nous négligeons les forces aérodynamiques et les forces de roulement.

2.3 Quel est, qualitativement, l'impact de ces conditions sur le fonctionnement de la trottinette ?

2.4 Déterminer la puissance mécanique correspondant à la pente pour les deux vitesses considérées.

2.5 En tenant compte de ces nouvelles conditions, déterminer à nouveau l'énergie consommée sur la batterie pour les deux vitesses d'avance. L'énergie contenue dans la batterie est-elle suffisante ?

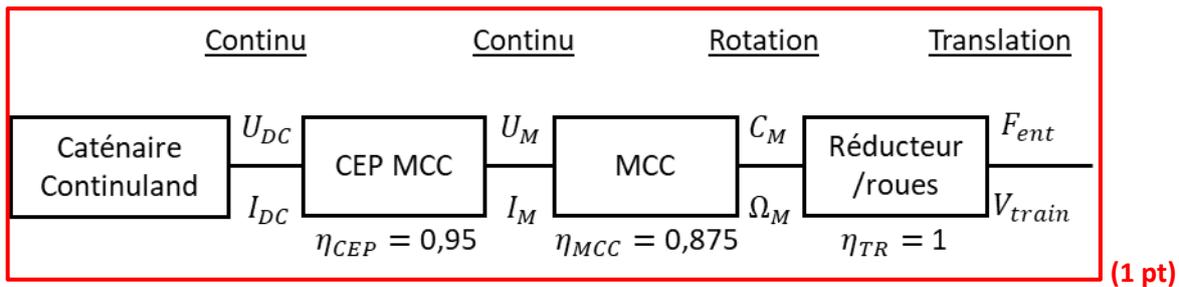
III. ETUDE D'UN TRAIN TRANSFRONTALIER (35 MIN) (6 PT)

Vous participez à la conception d'un train transfrontalier entre Continucity (capitale de Continuland) et Alternacity (capitale d'Alternaland). Il y a 200 km entre les 2 villes et la frontière est exactement au milieu du trajet. L'ensemble du trajet est plat.

L'étude commence par la portion de trajet à Continuland. Le train est alors alimenté par une caténaire (câble au-dessus du train) sous 1500 V en continu. Seule une partie du système d'entraînement électrique (SEE) du train est alors utilisée. Elle est composée de :

- un moteur à courant continu de rendement de 0.875
- un CEP (convertisseur électronique de puissance) pour le pilotage du moteur (rendement = 0.95)
- une transmission (réducteur/roue) avec un rendement supposé égale à 1.

3.1 Représenter le schéma synoptique de cette partie du SEE. Vous ferez apparaître les différentes variables présentes dans cette chaîne d'entraînement (grandeurs mécaniques, électriques...). Préciser également les types de puissances en jeu (rotation/translation, continu/alternatif).



3.2 Ecrire les équations permettant d'exprimer la puissance en sortie de chacun des blocs de votre schéma synoptique en fonction des grandeurs physiques correspondantes.

(1 pt) $P_{DC} = U_{DC} I_{DC}$; $P_{M,elec} = U_M I_M$; $P_{M,meca} = C_M \Omega_M$; $P_{train} = F_{ent} V_{train}$

Lorsque le train roule à une vitesse constante de 100 km/h sur du plat, il consomme 320 A sous 1000 V et tourne à 2500 tr/min.

3.3 Quels sont alors la puissance et le courant fournis par la caténaire ?

(1 pt) $P_{DC} = \frac{P_{M,elec}}{\eta_{CEP}} = \frac{U_M I_M}{\eta_{CEP}} = \frac{1000 \times 320}{0,95} = 337 \text{ kW}$

Le courant fourni par la caténaire est alors de $I_{DC} = \frac{P_{DC}}{U_{DC}} = 225 \text{ A}$

3.4 Quelle est la force appliquée au train ?

(1 pt) approche par les puissances en mode moteur : $P_{train} = F_{ent} \times V_{train} = P_{M,elec} \eta_{MCC} \eta_{TR}$

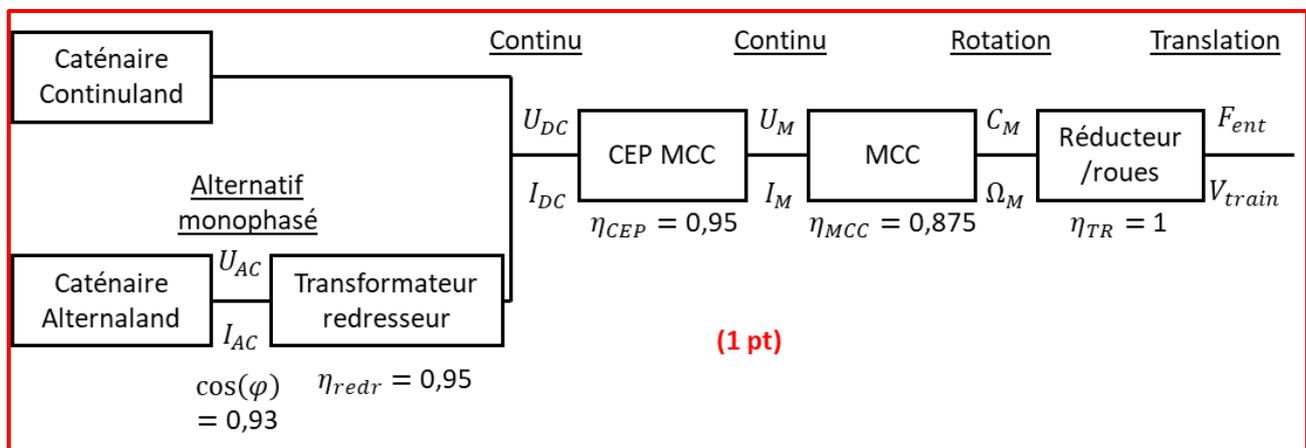
D'où $F_{ent} = \frac{U_M I_M \eta_{MCC} \eta_{TR}}{V_{train}} = \frac{1000 \times 320 \times 0,875 \times 1}{(100/3,6)} = 10,1 \text{ kN}$

3.5 Donner le rapport de réduction global entre le moteur et le train.

(0,5 pt) $R_{tot} = \Omega_M / V_{train} = \left(2500 \times \frac{2\pi}{60}\right) / (100/3,6) = 9,42 \text{ rad/m}$

La suite de l'étude concerne la portion de trajet à Alternaland. Le train est alors alimenté par une caténaire sous 25 kV efficace en alternatif monophasé 50 Hz. Un CEP de type transformateur/redresseur (rendement = 95%) est alors utilisé pour passer de l'alternatif au continu. Ce nouveau CEP permet d'alimenter le CEP du moteur en 1500 V continu. Le train roule toujours dans les mêmes conditions qu'à Continuland. Le facteur de puissance ($\cos(\varphi)$) au niveau de la caténaire est alors de 0,93.

3.6 Représenter le schéma synoptique du SEE complet, en partant des deux sources d'alimentation possibles (celle de Continuland et celle d'Alternaland). Vous ferez apparaître les différentes variables présentes dans cette chaîne d'entraînement (grandeurs mécaniques, électriques...). Préciser également les types de puissances en jeu (rotation/translation, continu/alternatif).



3.7 Quel est alors le courant efficace qui est fourni au train par la caténaire ?

(0,5 pt) $P_{AC} = U_{AC} I_{AC} \cos(\varphi) = P_{M,elec} / (\eta_{CEP} \eta_{redr}) = 356 \text{ kW} \Leftrightarrow I_{AC} = P_{AC} / U_{AC} \cos(\varphi) = 15,3 \text{ A}$