

Vous avez droit à une calculatrice, un dictionnaire, ainsi qu'une feuille A4 écrite recto-verso et à la main.

Soignez la présentation de vos copies, votre note en dépendra. Précisez les unités utilisées pour vos résultats.

L'examen est noté sur 15. Une copie soignée est normale. Une copie qui manque de soin fait perdre des points.

I. ROBOT JOUEUR DE YO-YO (30 MIN)

Une entreprise de robotique veut faire une démonstration de robot humanoïde capable de jouer à des jeux d'adresse. En tant que stagiaire, vous êtes en charge de la démonstration du yo-yo. Vous ferez des calculs en littéral à base de conservation des énergies pour bien expliquer votre démarche à vos collègues puis vous ferez les applications numériques.

Le yo-yo a les caractéristiques suivantes :

Masse du yo-yo : $M = 0.4 \text{ kg}$, Inertie du yo-yo : $J = 6.10^{-5} \text{ kg.m}^2$, Longueur de la ficelle : $L = 1,2 \text{ m}$

Rayon du moyeu : $r = 5 \text{ mm}$

On suppose, que la ficelle est suffisamment fine pour que le diamètre d'enroulement soit considéré constant.

- 1.1 En supposant le frottement de la ficelle négligeable : quelle est la vitesse linéaire du yo-yo en fin de course quand on le lâche normalement (sans vitesse initiale et en tenant la ficelle) ? Quel temps met-il pour parcourir cette course ?

$$E_p = M g L = \frac{1}{2} J \Omega^2 + \frac{1}{2} M V^2$$

$$V = r \Omega$$

$$M g L = \frac{1}{2} \left(\frac{J}{r^2} + M \right) V^2$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 M g L}{M + \frac{J}{r^2}}} = \underline{1,83 \text{ m/s}}$$

b) $V = g t$ $g \neq g$ (pas que translation)

utilisons $L = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} V \cdot t$

$$t_1 = \frac{2L}{V} = \underline{1,31 \text{ sec}}$$

- 1.2 Quelle vitesse initiale de translation vers le bas (V_0) devra être donnée au yo-yo par le bras du robot pour avoir une vitesse en fin de course deux fois plus grand que celle obtenue dans les conditions du 1).

$$MgL + \frac{1}{2} M v_0^2 = \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} J \Omega^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{J}{r^2} + M \right) v^2$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{\left(\frac{J}{r^2} + M \right) v^2 - 2MgL}{M}} = 8,83 \text{ m/s}$$

1.3 Reprendre la question 1) en considérant maintenant que le frottement de la ficelle implique une perte valant 3% du poids du yo-yo (c'est-à-dire l'énergie perdue correspond au travail de cette force sur la distance considérée). Conclure sur la nécessité ou non de prendre en compte ces frottements.

$$MgL = \frac{1}{2} \left(\frac{J}{r^2} + M \right) v^2 + MgL \frac{3}{100}$$

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot \frac{0,97}{100} \left(\frac{MgL}{M + \frac{J}{r^2}} \right)} = 1,806 \text{ m/s} \approx v_1$$

$$t_2 = \frac{2L}{v} = 1,33 \text{ sec} \approx t_1 \rightarrow \text{Pas nécessaire}$$

II. ENTRAINEMENT D'UN ALTERNATEUR PAR UN VELO (60 MIN)

Lors de la Fête de la Science, l'équipe pédagogique surmotivée de SY03, présente au grand public les différents aspects de la production d'électricité. Cette année, cette même thématique était rattachée au sport. C'est ainsi que ces deux aspects ont pu être abordés grâce à la mise à disposition d'un vélo d'appartement équipé pour permettre l'allumage de lampes de différentes puissances.

Le dispositif se compose d'un vélo d'appartement sur lequel pédale un cycliste. Lors du pédalage, le cycliste exerce des forces sur les pédales faisant tourner le plateau du pédalier, à la vitesse Ω_C et avec un couple équivalent C_C . Grâce à la chaîne, ce mouvement de pédalage entraîne en rotation un pignon solidaire de la roue d'inertie du vélo ; on notera Ω_T et C_T respectivement la vitesse de rotation et le couple au niveau de l'axe de cette roue. La roue d'inertie a été modifiée afin de servir de poulie entraînant une courroie, elle-même faisant tourner une seconde poulie sur l'axe d'un alternateur à la vitesse Ω_A et avec le couple C_A .

La rotation de l'alternateur à courant continu permet de générer une tension U . Entre ses 2 bornes de connexion électrique, l'alternateur se comporte ainsi comme une source de tension. Une lampe est branchée aux bornes de l'alternateur. Elle peut être modélisée par une simple résistance R_L , parcourue par un courant I . On néglige ici la résistance des fils de connexion entre l'alternateur et la lampe.

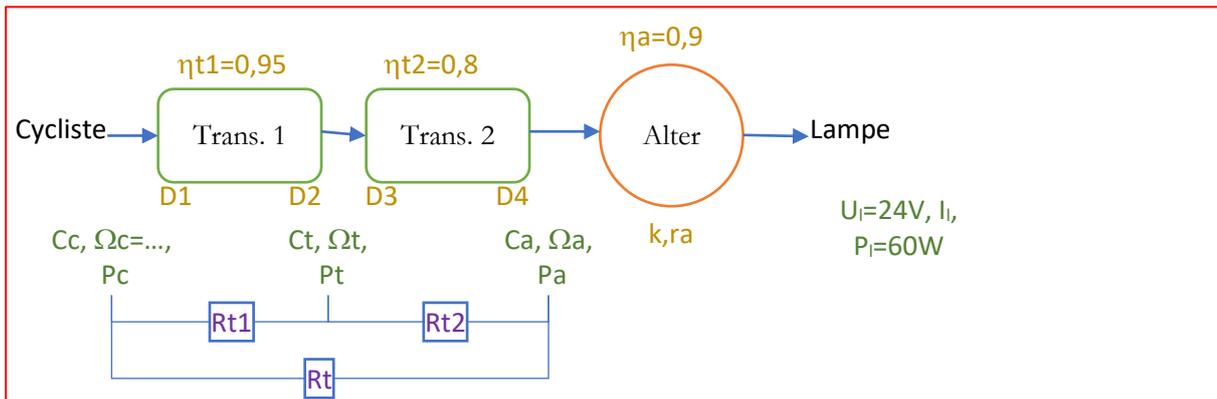
On cherche à déterminer les principales caractéristiques de l'alternateur afin de faire correspondre la vitesse de pédalage à la tension d'alimentation de la lampe.

Données numériques :

- Vitesse moyenne de pédalage du cycliste : $\frac{1}{2}$ tour par seconde.

- Transmission 1 (plateau pédalier <-> pignon roue d'inertie) : rendement η_{T1} : 95%. Diamètre plateau pédalier D_1 : 10 cm. Diamètre pignon roue d'inertie D_2 : 5 cm.
- Transmission 2 (roue d'inertie <-> axe alternateur) : rendement η_{T2} : 80%. Diamètre roue d'inertie D_3 : 50 cm. Diamètre poulie alternateur D_4 : 3 cm
- Rendement de l'alternateur η_A : 90%
- Lampe : puissance P_L : 60 W. Tension max d'alimentation U_L : 24 V

2.1 Dessiner le schéma synoptique de cette chaîne de transmission électromécanique (de la source : le cycliste, vers la charge : la lampe). Faire figurer toute les notations et données numériques du sujet.



2.2 Calculer les rapports de transmission des transmissions mécaniques 1 & 2 (respectivement R_{T1} et R_{T2} , définis comme la vitesse d'entrée sur la vitesse de sortie). S'agit-il de rapports de réduction ?

$$R_{T1} = \Omega_c / \Omega_t = D_2 / D_1 = 0,5$$

$$R_{T2} = \Omega_t / \Omega_a = D_4 / D_3 = 0,06$$

$R_{T1} < 1$ et $R_{T2} < 1$: la vitesse en sortie de transmission est plus élevée que celle en entrée : ce ne sont pas des rapports de réduction (de vitesse).

2.3 Déduire le rapport de transmission global R_T (des transmissions 1 & 2).

$$R_T = R_{T1} \times R_{T2} = 0,03$$

2.4 Évaluer le rendement global η_T des transmissions 1 & 2.

$$\eta_t = \eta_{t1} \times \eta_{t2} = 76\%$$

2.5 Calculer Ω_c (rad/s).

$$\Omega_c = 2 \times \pi \times (0,5 \text{ tr/s}) = 3,14 \text{ rad/s}$$

2.6 Evaluer la puissance mécanique moyenne P_c développée par le cycliste.

$$P_c = P_l / (\eta_t \times \eta_a) = 87,7 \text{ W}$$

2.7 En déduire le couple moyen de pédalage C_c .

$$C_c = P_c / \Omega_c = 27,9 \text{ N.m}$$

2.8 Calculer le couple C_A sur l'axe de l'alternateur.

$$C_a = C_c \times \eta_t \times R_T = 0,637 \text{ N.m}$$

2.9 Evaluer la vitesse Ω_A de l'alternateur.

$$\Omega_a = \Omega_c / R_T = 104,72 \text{ rad/s (} N_a = 1000 \text{ tr/min)}$$

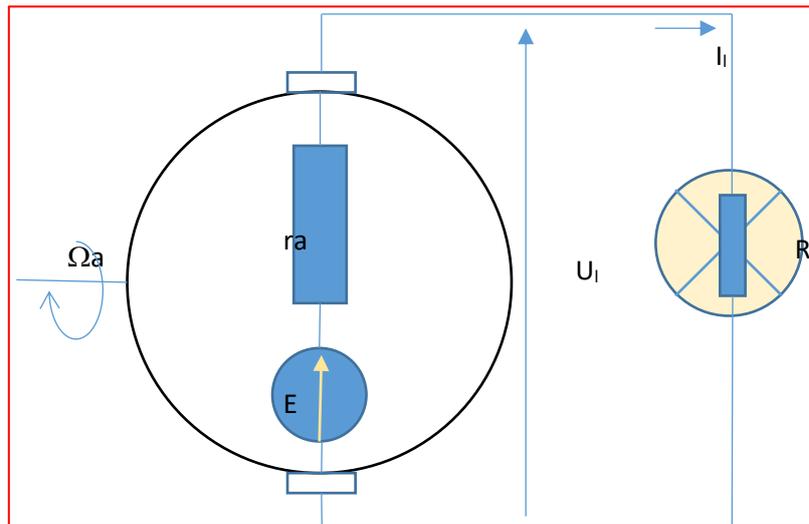
$$\text{ou } \Omega_a = P_a / C_a = (P_l / \eta_a) / C_a$$

2.10 Calculer la valeur de la résistance R_L de la lampe, ainsi que l'amplitude du courant I .

$$R_l = U_l^2 / P_l = 9,6 \Omega$$

$$I_l = P_l / U_l = 2,5 \text{ A}$$

2.11 Dessiner le schéma électrique de l'alternateur (MCC) connecté à la lampe. On notera E la f.e.m. et r_A la résistance de l'induit.



2.12 Donner une valeur de la constante de couple k de l'alternateur.

$$C_a = k \times I_i, \text{ d'où : } k = 0,2546 \text{ N.m/A}$$

2.13 En déduire la valeur de r_A . On supposera l'égalité des constantes de couple et de f.e.m..

D'après le schéma de la MCC en mode générateur : $U_1 = E - r_A \times I_i$, et $E = k \times \Omega_a$, donc :

$$r_A = (k \times \Omega_a - U_1) / I_i = 1,07 \Omega$$

2.14 Vérification : Retrouver la valeur du rendement de l'alternateur en utilisant la valeur des pertes Joule dans la machine.

$$\eta_a = P_i / (P_i + r_A \times I_i^2) = 90\% \text{ OK}$$

$$\text{ou } \eta_a = (P_a - r_A \times I_i^2) / P_a$$

On néglige les inerties du plateau, du pignon (de la roue d'inertie) et de la poulie (de l'alternateur) Seules restent :

- l'inertie $J_3 = 368 \text{ mkg.m}^2$ de la roue d'inertie ;
- l'inertie $J_A = 1,9 \text{ mkg.m}^2$ du rotor de l'alternateur.

2.15 Exprimer l'inertie équivalente $J_{3,eq}$, correspondant à l'inertie J_3 ramenée au niveau du cycliste. Calculer également l'inertie équivalente $J_{A,eq}$, correspondant à J_A (toujours au niveau du cycliste).

$$J_{3,eq} = J_3 / (\eta_{tt} \times R t^2) = 1,55 \text{ kg.m}^2$$

$$J_{A,eq} = J_A / (\eta_t \times R t^2) = 2,79 \text{ kg.m}^2$$

Vu du cycliste, est-ce la roue d'inertie ou le rotor de l'alternateur qui est le plus difficile/coûteux à accélérer (à monter en vitesse de rotation) ? Justifier.

Vu du cycliste, c'est le rotor de l'alternateur qui représente la plus grosse charge (et non la roue d'inertie, même si pour les inerties non ramenées : $J_3 \gg J_a$).

2.16 Si on débranche la lampe, évaluer l'effort que doit réaliser le cycliste lorsqu'il pédale à vitesse constante. Est-ce réaliste ? Commenter.

A vide (lampe débranchée), le courant I_i s'annule et la puissance P_i aussi.

Et donc $P_c = 0 \text{ W}$, puis $C_c = 0 \text{ N.m}$.

Il n'y a donc pas d'effort de pédalage à exercer dans ce cas.

En réalité il en existe un, c'est-à-dire qu'un couple résistant existe du fait des diverses sources de frottements réparties dans la chaîne de traction.