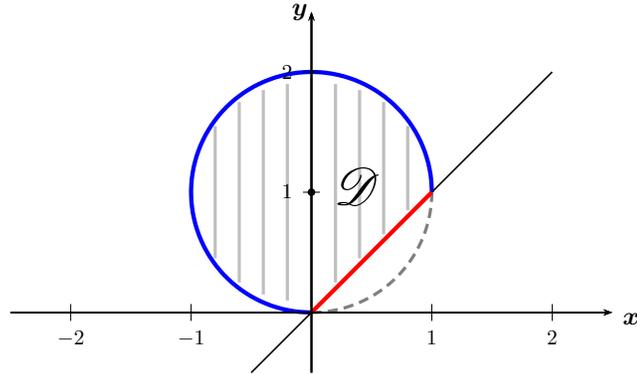


Exercice A.2.1. Courbes du plan

2. $\mathcal{D} = \{M(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + (y - 1)^2 \leq 1 \text{ et } y \geq x\}$.



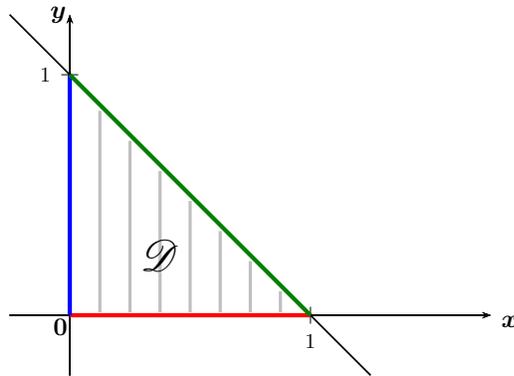
Le segment rouge se paramétrise par :

$$M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \Phi(t) = \begin{pmatrix} t \\ t \end{pmatrix} \text{ et } t \in [0, 1]$$

La courbe bleue se paramétrise par :

$$M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \Phi(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ 1 + \sin \theta \end{pmatrix} \text{ et } t \in [\frac{\pi}{2}, 2\pi]$$

3. $\mathcal{D} = \{M(x, y) \in \mathbb{R}^2; x > 0, y > 0 \text{ et } x + y < 1\}$.



Le segment rouge se paramétrise par :

$$M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \Phi(t) = \begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } t \in [0, 1]$$

Le segment bleu se paramétrise par :

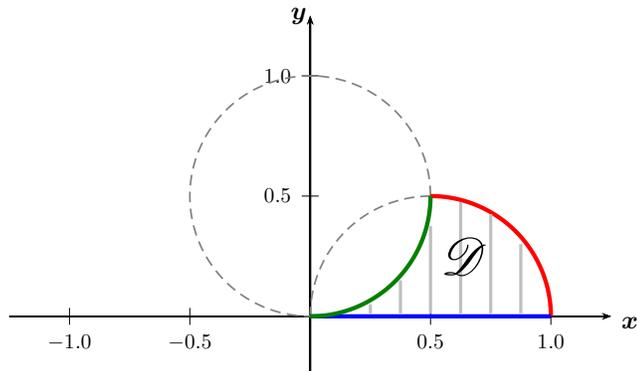
$$M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \Phi(t) = \begin{pmatrix} t \\ 1 - t \end{pmatrix} \text{ et } t \in [0, 1]$$

Le segment vert se paramétrise par :

$$M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \Phi(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ t \end{pmatrix} \text{ et } t \in [0, 1]$$

4. $\mathcal{D} = \{M(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 - x < 0, x^2 + y^2 - y > 0 \text{ et } y > 0\}$.

On a $x^2 + y^2 - x < 0 \Leftrightarrow (x - \frac{1}{2})^2 + y^2 < (\frac{1}{2})^2$ et $x^2 + y^2 - y < 0 \Leftrightarrow x^2 + (y - \frac{1}{2})^2 > (\frac{1}{2})^2$.



La courbe rouge se paramétrise par :

$$M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \Phi(\theta) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \theta \\ \frac{1}{2} \sin \theta \end{pmatrix} \text{ et } t \in [0, \frac{\pi}{2}]$$

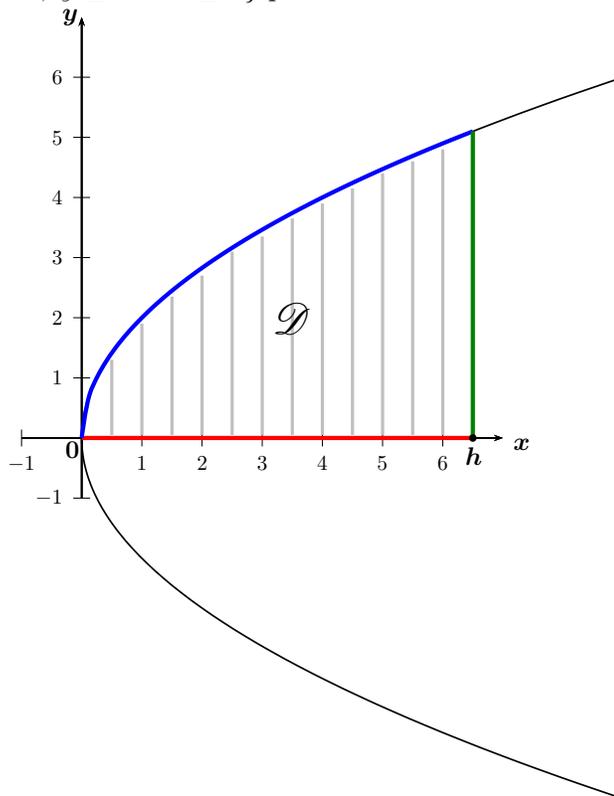
La courbe verte se paramétrise par :

$$M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \Phi(\theta) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \cos \theta \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin \theta \end{pmatrix} \text{ et } t \in [-\frac{\pi}{2}, 0]$$

Le segment bleu se paramétrise par :

$$M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \Phi(t) = \begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } t \in [0, 1]$$

6. $\mathcal{D} = \{M(x, y) \in \mathbb{R}^2; y^2 \leq 4x, y \geq 0 \text{ et } x \leq h\}$ pour un $h > 0$ donné.



Le segment rouge se paramétrise par :

$$M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \Phi(t) = \begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } t \in [0, h]$$

La courbe bleu se paramétrise par :

$$M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \Phi(t) = \begin{pmatrix} \frac{1}{4}t^2 \\ t \end{pmatrix} \text{ et } t \in [0, 2\sqrt{h}] \quad \text{ou} \quad M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \Phi(t) = \begin{pmatrix} t \\ 2\sqrt{t} \end{pmatrix} \text{ et } t \in [0, h]$$

Le segment vert se paramétrise par :

$$M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \Phi(t) = \begin{pmatrix} h \\ t \end{pmatrix} \text{ et } t \in [0, 2\sqrt{h}]$$