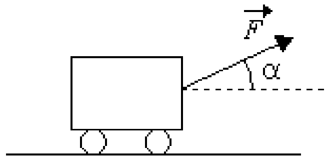
Exercices « Principe fondamental de la dynamique »

Exercice 1

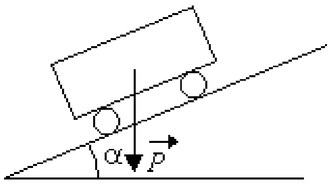
a. Un véhicule parcourt 72 km en 50 minutes. Calculer sa vitesse moyenne et donner le résultat en km/h puis en m/s.

b. Déterminer les expressions des composantes horizontale et verticale de la force $\vec{F}$ en fonction de son module, noté F, et de l'angle α.

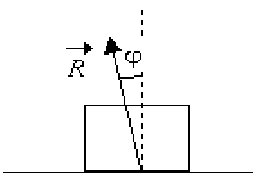


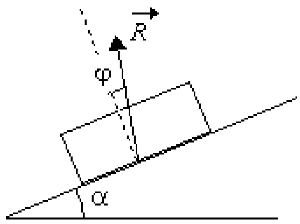
Application numérique : $F = 100$ N et $\alpha = 30°$

c. Le schéma ci-dessous représente un solide sur un plan incliné. Le poids $\vec{P}$ est décomposé en une composante selon la direction du plan incliné et une composante selon la direction perpendiculaire à ce même plan. Déterminer les expressions de ces composantes en fonction de m (masse du solide), g et α.



d. Pour les deux situations représentées ci-dessous, exprimer les composantes normale et tangentielle de la réaction du support en fonction du module de la force $\vec{R}$, noté R, et de l'angle φ.





Exercice 2

L'évolution de la vitesse d'un pont roulant en fonction du temps peut être caractérisée comme suit :

- entre 0 et t_1 : montée en vitesse à accélération constante pendant 8 s,
- entre t_1 et t_2 : fonctionnement à vitesse constante égale à 60 m/min,
- entre t_2 et t_3 : freinage à décélération constante pendant 8 s.

a. Tracer la courbe représentant l'évolution de la vitesse entre 0 et l'instant t_3.

b. Calculer l'accélération du pont entre 0 et t_1 et exprimer le résultat dans l'unité du système international.

c. Déduire du résultat précédent la distance parcourue par le pont pendant cette phase d'accélération.

d. Calculer la distance parcourue lors du freinage.

e. Calculer la durée de la phase à vitesse constante si la distance totale parcourue pendant le cycle est égale à 30 m.

Exercice 3

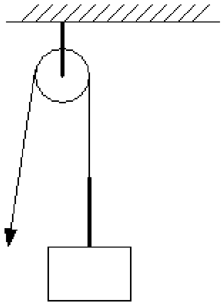
Pour soulever un solide de masse M, on propose les deux solutions schématisées à la page suivante :

Les masses des câbles et des poulies sont négligeables.

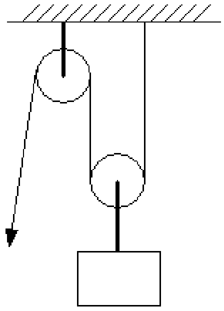
a. Placer le poids du solide sur chaque schéma.

b. Exprimer pour les deux situations le module de la force nécessaire pour maintenir le solide en équilibre en fonction de M et de l'accélération de la pesanteur.

- Treuil

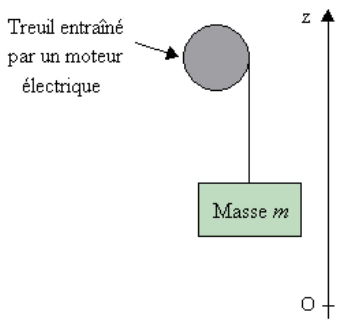


- Palan



Exercice 4 : Système de levage, partie translation

On considère un système de levage constitué d'un treuil (de masse négligeable) entraîné par un moteur électrique. L'objectif est de lever un objet de masse m selon une trajectoire verticale.



Le schéma ci-contre représente le système.
Le vecteur vitesse a une seule composante non nulle notée v_z (selon l'axe vertical Oz orienté vers le haut). Elle est positive lorsque la masse monte. Pour le vecteur accélération, la seule composante non nulle est notée a_z .

1. **Mise en équation**

   a. Choisir le système (indéformable).

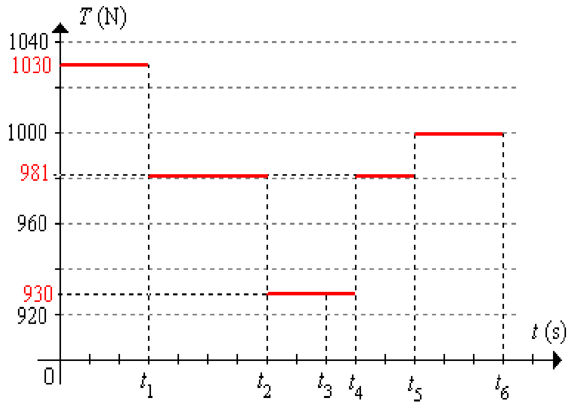
   b. Faire le bilan des forces extérieures agissant sur la masse m. Représenter ces forces sur un schéma sans tenir compte d'une échelle.

   c. Écrire l'équation vectorielle traduisant le principe fondamental de la dynamique.

   d. Projeter cette équation sur l'axe vertical Oz (orienté de bas en haut).

2. **Application numérique**

La masse de 100 kg est initialement arrêtée, la tension du câble imposée sur le treuil varie selon le graphe ci-contre.
Pour les calculs, on prend $g = 9{,}81$ m.s^{-2}.



   a. Calculer a_z entre 0 et t_1.
   Quelle vitesse est atteinte à t_1 en prenant $t_1 = 1{,}5$ s ?

   b. Calculer a_z entre t_1 et t_2. Calculer la durée $t_2 - t_1$ pour que la charge monte de 5 m.

   c. Calculer a_z entre t_2 et t_3. Au bout de combien de temps la charge est-elle arrêtée (à l'instant noté t_3) ? Calculer la vitesse atteinte à l'instant t_4, deux secondes après le passage par la vitesse nulle.

   d. Calculer a_z entre t_4 et t_5. Calculer le temps pour que la charge descende de 10 m.

   e. Calculer a_z entre t_5 et t_6. Au bout de combien temps la charge est-elle arrêtée ? (calculer $t_6 - t_5$)

   f. Représenter l'évolution de v_z en fonction du temps. Indiquer pour chaque intervalle si la charge est en montée ou en descente.

3. **Généralisation**

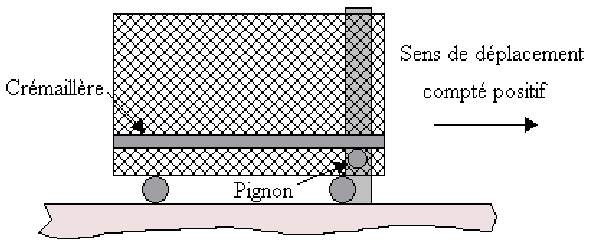
   a. Quelle est la valeur de $\dfrac{d v_z}{dt}$ si la vitesse est constante ? Le signe de la vitesse est-il connu ?

b. Quel est le signe de $\frac{d v_z}{dt}$ si v_z augmente ? Le signe de v_z est-il connu ?

c. Quel est le signe de $\frac{d v_z}{dt}$ si v_z diminue ? Le signe de v_z est-il connu ?

Exercice 5 : Portail coulissant, partie translation

Le système étudié est un portail motorisé par l'intermédiaire d'un système pignon crémaillère. Le pignon est entraîné par un moteur électrique. Le portail repose sur le sol par l'intermédiaire de deux roues à « gorges » roulant sur un rail.



Données :
Masse du portail : m = 300 kg
Coefficient d'adhérence : $\tan\varphi_0 = 0{,}2$
Coefficient de frottement : $\tan\varphi = f = 0{,}1$

1. **Mise en équation**
   a. Choisir le système (indéformable).
   b. Faire le bilan des forces extérieures. Placer ces forces sur un schéma (pas d'échelle).
   c. Écrire l'équation vectorielle traduisant le principe fondamental de la dynamique.
   d. Projeter cette équation sur l'axe vertical (orienté de bas en haut) puis sur l'axe horizontal (orienté de la gauche vers la droite).

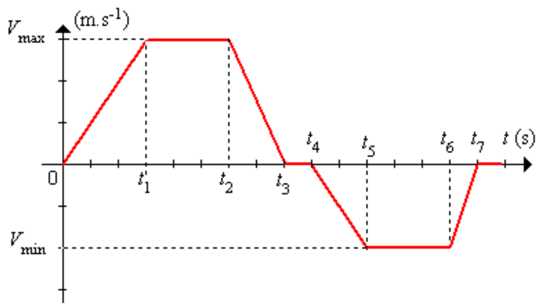
Pour la suite, les composantes des forces de réaction sont supposées identiques et également réparties sur chaque roue : $R_{1t} = R_{2t} = R_t$ et $R_{1n} = R_{2n} = R_n$.

   e. Déduire R_n de l'équation obtenue sur l'axe vertical.
   f. Exprimer R_t à partir de la valeur du coefficient de frottement *f* et du résultat précédent.
   g. Établir à partir de l'équation obtenue sur l'axe horizontal et du résultat précédent, la relation entre *F*, *f*, *m* et la composante horizontale de la vitesse notée v_x .

2. **Application numérique, calculer *F* dans les situations suivantes :**
   a. Déplacement à vitesse constante.
   b. Déplacement avec une accélération de 0,5 m.s^{-2}.
   c. Déplacement avec une décélération de 0,5 m.s^{-2}.
   d. Combien de temps faut-il au portail pour s'arrêter si $F = 0$ alors que la vitesse est égale à 8,5 m/min ?
   e. En partant du portail à l'arrêt, calculer la valeur minimale de *F* pour que le portail commence à se déplacer (utiliser le coefficient d'adhérence).

3. **Étude d'un cycle de fonctionnement**

Le portail se déplace avec le profil de vitesse représenté ci-contre (V_{max} = 9 m/min et V_{min} = - 6 m/min).



   a. Calculer *F* pour que le portail démarre aux instants 0 et t_4.
   b. Calculer *F* entre 0^+ (juste après le démarrage) et t_1 lorsque t_1 = 2 s puis lorsque t_1 = 3 s.
   c. Calculer *F* entre t_1 et t_2 puis entre t_5 et t_6.
   d. Calculer *F* entre t_2 et t_3 lorsque $t_3 - t_2$ = 1 s.
   e. Quelle(s) valeur(s) *F* ne doit pas dépasser entre t_3 et t_4 ?

f. Calculer F entre t_4 et t_5 lorsque $t_5 - t_4 = 2$ s.

g. Calculer F entre t_6 et t_7 lorsque $t_7 - t_6 = 1$ s.

Exercice 6 : Système de levage, partie rotation

On reprend le dispositif étudié précédemment (exercice 4) en s'intéressant à la poulie.
Le moment du couple dû à la masse (noté C_{masse}) est compté résistant lorsque la masse monte, moteur lorsqu'elle descend. Celui de la poulie (noté C_{poulie}) est compté moteur lorsque la charge monte et résistant lorsqu'elle descend.
Le moment d'inertie de l'ensemble ramené sur l'arbre est noté J_{eq} et égal à 1 kg.m^2. Le rayon R_{p} de la poulie est de 10 cm et sa vitesse angulaire est notée Ω_{p}.

1. **Mise en équation**

a. Exprimer le moment du couple dû à la masse en fonction de m et du rayon de la poulie.

b. Écrire l'équation traduisant le principe fondamental de la dynamique pour la poulie en faisant apparaître C_{poulie}, J_{eq}, m et le rayon de la poulie.

2. **Applications numériques**

a. Calculer le couple C_{poulie} lorsque la masse est arrêtée.

b. Calculer le couple C_{poulie} pour une accélération de la masse de 1,05 m.s^{-2}.

c. Calculer le couple C_{poulie} pour une décélération de la masse de 0,51 m.s^{-2}.

d. Tracer l'évolution de C_{poulie} en fonction du temps à partir du profil de T de la question 2 de l'exercice 4.

e. Tracer l'évolution de la vitesse angulaire de rotation en fonction du temps.

f. Calculer la puissance pour la poulie aux instants 0, t_1^-, t_1^+, t_2^-, t_2^+, t_3, t_4^-, t_4^+, t_5^-, t_5^+ et t_6.

3. **Calcul du réducteur**

Les valeurs du couple de la poulie et de sa vitesse angulaire ne correspondent pas à celles disponibles pour un moteur électrique, il est donc nécessaire de placer un réducteur.

a. Calculer le couple sur l'arbre moteur et sa vitesse de rotation si le rapport de réduction est égal à 10.

b. Calculer la puissance maximale du moteur en prenant un rendement du réducteur égal à 90% et en supposant que son inertie est négligeable.

Exercice 7 : Portail coulissant, partie rotation

On reprend le dispositif étudié précédemment en s'intéressant à la roue dentée (engrenage). Le moment d'inertie de l'ensemble ramené sur l'arbre est noté J_{eq} et égal à 0,75 kg.m^2. Le rayon de la roue dentée est égal à 5 cm.

1. **Mise en équation**

a. Exprimer le moment du couple moteur en fonction du rayon de la roue dentée et du module de $\vec{F}$.

b. Exprimer le moment du couple résistant en fonction du rayon de la roue dentée et du module des forces de frottement.

2. **Applications numériques**

a. Calculer C_{moteur} lorsque le portail avance à vitesse constante.

b. Calculer C_{moteur} pour une accélération de 0,5 m.s^{-2} puis pour une décélération de 0,5 m.s^{-2}.

c. Tracer le profil de la vitesse angulaire de la roue dentée à partir du profil de vitesse de la question 3 de l'exercice 2.

d. Tracer l'évolution de C_{moteur} correspondant à ce profil.

e. Calculer le couple moteur (couple au démarrage) permettant de démarrer le portail.