
SY01 / A24 - TEST

(Durée : 45min - aucun document autorisé)
Les réponses doivent être justifiées soigneusement.

Exercice I (8 points)

On lance un dé à 6 faces deux fois. On note A l'événement "obtenir 2 ou 5 lors du premier lancer", et B l'événement "la somme de deux résultats est au moins égale à 7".

1. Donner un espace fondamental Ω associé à cette expérience aléatoire, et exprimer $A \cap B$ à partir des événements élémentaires de Ω .
2. Considérons les deux ensembles suivants, dire pour chacun d'entre eux s'il s'agit d'une tribu sur Ω ou pas. Justifier.
 - (a) $\mathcal{F}_1 = \{\Omega, \emptyset, A, \bar{A}, B, \bar{B}\}$.
 - (b) $\mathcal{F}_2 = \{\Omega, \emptyset, A, \bar{A}, B, \bar{B}, A \cup B, \bar{A} \cup \bar{B}\}$.
3. On considère désormais la tribu $\mathcal{P}(\Omega)$. On suppose que le dé est équilibré et que les deux tirages sont indépendants.
 - (a) Les événements A et B sont-ils indépendants ?
 - (b) Calculer $\mathbb{P}(A \cap \bar{B})$, $\mathbb{P}(\bar{A} \cap B)$, et $\mathbb{P}(\bar{A} \cap \bar{B})$.

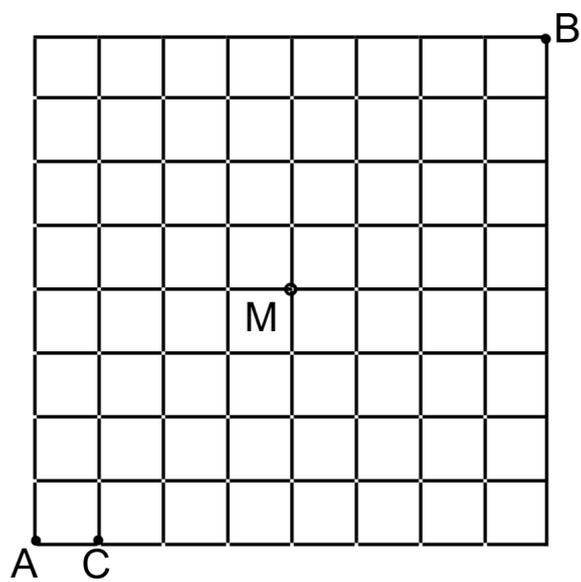
Exercice II (8 points)

On considère un quadrillage divisé en $4n^2$ petits carrés suivant $2n$ bandes horizontales et $2n$ bandes verticales de même largeur 1. Une puce veut aller de A (sommet en bas à gauche) à B (sommet en haut à droite) du quadrillage, en ne faisant que des bonds de 1 (c'est à dire de noeud en noeud du quadrillage) vers la droite ou vers le haut (figure d'exemple ci-dessous pour $n = 4$).

1. Combien y a-t-il de chemins possibles de A à B ?
2. Supposant que la puce choisit au hasard un parmi tous ces chemins possibles, quelle est la probabilité qu'elle passe par le milieu M du carré ?
3. Considérons désormais $n = 4$. La puce démarre son trajet au point C , situé immédiatement à droite de A (figure ci-dessous) et se déplace de la même manière qu'avant pour arriver jusqu'à B . Démontrer que le nombre des chemins possibles maintenant est égal au nombre de suites de huit entiers naturels dont la somme est égale à huit.

Exercice III (4 points)

Un questionnaire à choix multiples propose m réponses pour chaque question. Soit $p \in]0, 1[$ la probabilité qu'un étudiant connaisse la bonne réponse à une question donnée. S'il ignore la réponse, il choisit au hasard l'une des réponses proposées. Quelle est pour le correcteur la probabilité qu'un étudiant connaisse vraiment la bonne réponse lorsqu'il l'a donnée ?



Quadrillage de déplacement de la puce pour $n = 4$.