

AI21 – TD3

Les grammaires

Exercice 1

Considérons la grammaire suivante d'axiome S :

$$S \rightarrow (L) \mid a$$
$$L \rightarrow L, S \mid S$$

Questions :

1. Quels sont les terminaux, les non-terminaux ?
2. Déterminer les arbres de dérivation pour les phrases suivantes :
 - a. (a, a)
 - b. (a, (a, a))
 - c. (a, ((a, a), (a, a)))
3. Construire une dérivation gauche pour chacune des phrases de (2).
4. Construire une dérivation droite pour chacune des phrases de (2).

Exercice 2

Soit la grammaire G suivante :

$$S \rightarrow aSa, S \rightarrow bSb, S \rightarrow \varepsilon$$

Question :

Le mot abbba appartient-il à $L(G)$?

Exercice 3

Soit $G = (\{b, c\}, \{S, A\}, S, P)$ avec P :

$$S \rightarrow bAc$$
$$A \rightarrow cAb$$
$$A \rightarrow \varepsilon$$

Questions :

1. Quel est le langage engendré par cette grammaire ?
2. Analyser le mot bc^3b^2c

Exercice 4

Soit $G = (\{a, b, c, d\}, \{A, B, S\}, S, P)$ avec P :

$$S \rightarrow Ac \mid Bd$$
$$A \rightarrow aAb \mid abb$$
$$B \rightarrow aBbb \mid abb$$

Question :

Quel est le langage $L(G)$?

Exercice 5

Soient G_1 et G_2 deux grammaires définies comme suit :

$G_1 = (\{0, 1\}, \{S\}, S, P)$ avec $P : S \rightarrow 0S1 \mid 01$

$G_2 = (\{0, 1\}, \{A, B, C, S\}, S, P)$ avec $P : S \rightarrow AB \mid AC, B \rightarrow SC, A \rightarrow 0, C \rightarrow 1$

Question :

Montrer que G_1 et G_2 sont équivalentes (engendrent le même langage).

Exercice 6

Donner le type de la grammaire suivante :

$aA \rightarrow Aa$

$ACAb \rightarrow aCCAb$

$C \rightarrow \varepsilon$

$S \rightarrow aCb$

$A \rightarrow abC$

Exercice 7

Trouver une grammaire de type 2 qui génère l'ensemble des mots w sur l'alphabet $\{0, 1\}$ tel que $Miroir(w)=w$.

Exercice 8

Trouver les grammaires engendrant les langages suivants :

1. $L_1 = \{a^i b, i \geq 0\}$
2. $L_2 = \{a^i (ab)^j c^k, i, k \geq 0 \text{ et } j > 0\}$
3. $L_3 = \{(0^i 1^j)^k 0^k, i, j, k > 0\}$
4. $L_4 = \{wcw^r, w \in \{a, b\}^*\}$