Fonction tangente

• Soit $x \in]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}[$ et M le point du cercle trigonométrique tel que $\widehat{IM} = x$. Les images $\tan x$ se lisent sur la droite réelle verticale passant par le point I que vous pouvez voir sur le dessin ci-après. On note T le point d'intersection de cette droite réelle avec (OM).

• Si $x \geq 0$ alors $\tan x = IT$ et si $x \leq 0$ alors $\tan x = -IT$. La distance IT se calcule à l'aide du théorème de Thalès.
Pour $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$, on a

$$\frac{IT}{MH} = \frac{OI}{OH} \Leftrightarrow IT = MH \times \frac{OI}{OH} = \sin x \times \frac{1}{\cos x} = \frac{\sin x}{\cos x}.$$

Pour $-\frac{\pi}{2} < x \leq 0$, on a $MH = -\sin x$ donc

$$-IT = -MH \times \frac{OI}{OH} = -\big(-\sin x\big) \times \frac{1}{\cos x} = \frac{\sin x}{\cos x}.$$

Finalement, $\forall x \in]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}[$, $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$.

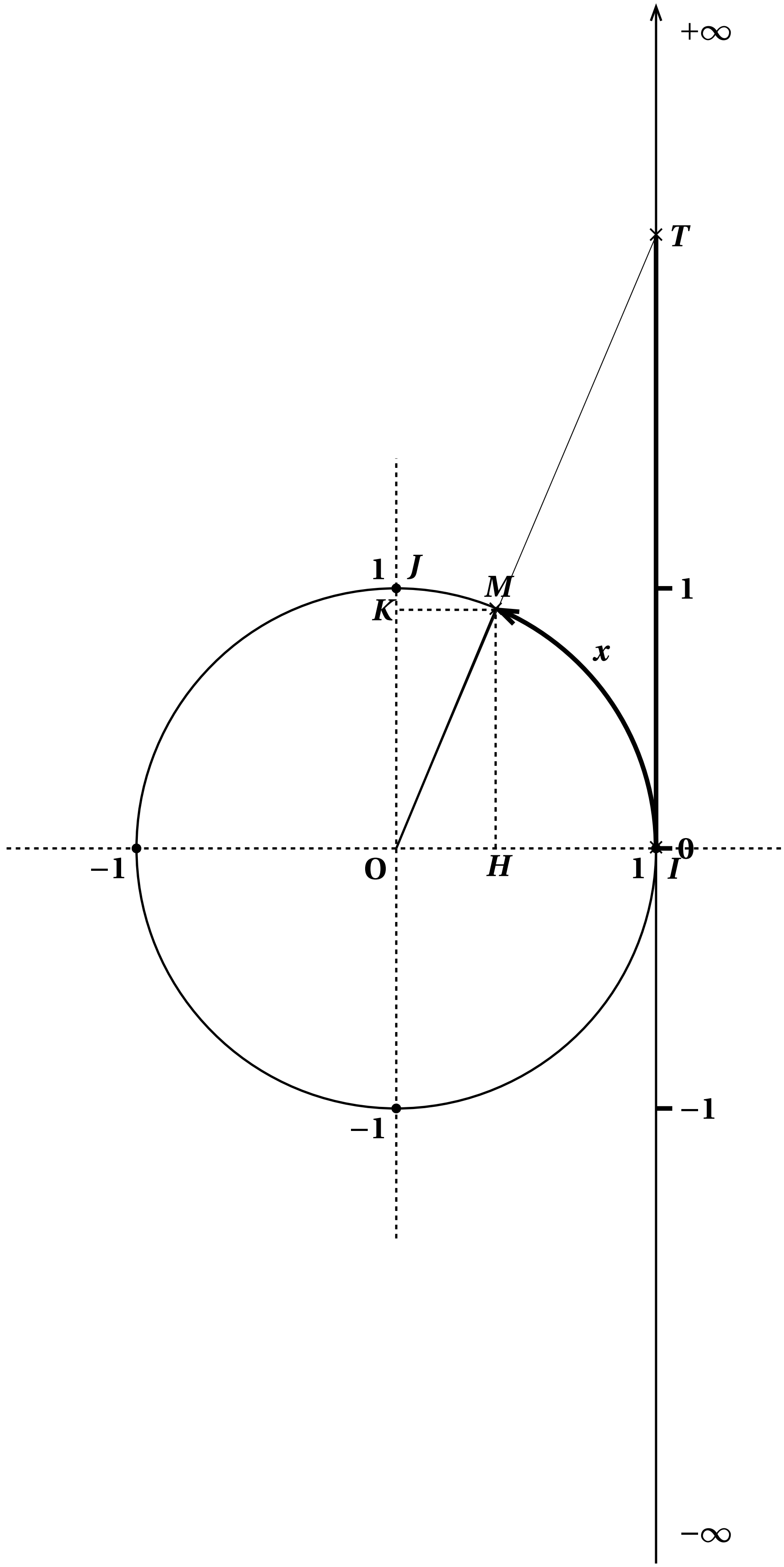
• La fonction tan est impaire : $\tan(-x) = \dfrac{\sin(-x)}{\cos(-x)} = \dfrac{-\sin x}{\cos x} = -\tan x$.

• La fonction tan est périodique de période π : $\tan(x+\pi) = \dfrac{\sin(x+\pi)}{\cos(x+\pi)} = \dfrac{-\sin x}{-\cos x} = \tan x$.

• La fonction tan est donc définie sur $]-\frac{\pi}{2}+k\pi;\frac{\pi}{2}+k\pi[$, avec $k \in \mathbb{Z}$.

• Quelques valeurs à connaître

$\theta = \widehat{IOM}$	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$
$x = \widehat{IM}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\cos\theta$ $\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\sin\theta$ $\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\tan\theta$ $\tan x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$


+∞
T
1
J
M
K
x
1
−1
O
H
1
I
0
−1
−1
−∞

• Courbe représentative :